

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт физики
Кафедра «Техническая физика и энергетика»



Ларионов В.М., Иовлева О.В.

Математические модели пульсационного горения
Конспект лекций

Казань, 2014

Направление: 16.04.01 «Техническая физика»

Название учебного плана: не предусмотрено

Дисциплина: «Теория термоакустических колебаний» (магистр, 1 курс, очное обучение)

Количество часов: 108 ч. (в том числе: 14 лекции, 40 практики 54 самостоятельная работа), форма контроля: экзамен.

Темы:

1. Введение.
2. Линеаризация уравнений.
3. Характеристическое уравнение задачи устойчивости процесса горения.
4. Передаточные функции пламени при горении однородной смеси, истекающей из отверстия и при обтекании стабилизатора, при горении слоевом твердого топлива.
5. Математические модели автоколебаний газа в камерах сгорания энергетических установок. Труба с многоканальной горелкой.
6. Установка типа емкость-труба с многоканальной горелкой.
7. Труба со стабилизатором пламени при горении однородной смеси.
8. Пульсационное горение твердого топлива в трубе и установке типа емкость-труба.
9. Обобщенная теоретическая модель автоколебаний газа в установках с горением.

Аннотация: Данный предмет способствует формированию у обучающихся знаний и понимание физических процессов, приводящих к пульсационному режиму горения в промышленных камерах сгорания; формирование навыков применения математического аппарата теории акустической неустойчивости горения для расчета автоколебаний газа в энергетических установках.

Электронный курс предназначен для работы на занятиях и самостоятельно, поможет он и отстающим.

Ключевые слова: Математическое моделирование, пульсационное горение, автоколебания газа.

Автор курса: Ларионов Виктор Михайлович, доктор технических наук, профессор, институт физики, кафедра технической физики и энергетики, телефон: 233-70-54 , techphyskfu@gmail.com

Иовлева Ольга Вячеславовна, кандидат технических наук, ассистент, Институт физики, кафедра технической физики и энергетики, телефон: 233-77-56, Email: Olga.Beloded@kpfu.ru

Дата начала эксплуатации: 1 сентября 2014 года

URL курса: <http://tulpar.kfu.ru/course/view.php?id=1700>

Оглавление

Тема 1. Введение.	4
Тема 2. Линеаризация уравнений. Характеристическое уравнение задачи устойчивости процесса горения.	12
Тема 3. Передаточные функции пламени при горении однородной смеси, истекающей из отверстия и при обтекании стабилизатора, при горении слоевом твердого топлива	21
Тема 4. Математические модели автоколебаний газа в камерах сгорания энергетических установок. Труба с многоканальной горелкой.	27
Тема 5. Установка типа емкость-труба с многоканальной горелкой.	38
Тема 6. Труба со стабилизатором пламени при горении однородной смеси. Пульсационное горение твердого топлива в трубе и установке типа емкость-труба.	49
Тема 7. Обобщенная теоретическая модель автоколебаний газа в установках с горением.	60
Тема 8. Пульсационное горение твердого топлива в трубе и установке типа емкость-труба.	71
Тема 9. Обобщенная теоретическая модель автоколебаний газа в установках с горением.	81
Информационные источники	94
Глоссарий	95
Вопросы к экзамену	99

Тема 1. Введение

Лекция 1

Аннотация: Дается понятие пульсационного горения, как физического процесса. Проведен обзор существующих подходов к теоретическому исследованию возбуждения колебаний газа при горении.

Ключевые слова: пламя, емкость, труба, горение, топливо, резонатор.

Методические рекомендации по изучению темы

- Тема содержит лекционную часть, где даются общие представления о предмете;
- В качестве самостоятельной работы нужно подготовиться к устному опросу;
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы к каждой лекции.
- Вопросы и задачи для самостоятельной работы должны быть оформлены в письменном виде. Оценка данной работы производится после устного собеседования студента с преподавателем.
- При выполнении самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультациями в установленное время.

Литература

Автоколебания газа в установке с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 34-41.

Глоссарий

Автоколебания — незатухающие колебания в диссипативной динамической системе с нелинейной обратной связью, поддерживаемые за счёт энергии постоянного, то есть неперiodического внешнего воздействия.

Акустический импеданс - акустическое сопротивление среды, представляющее собой отношение комплексных амплитуд звукового давления к колебательной объёмной скорости.

Граничные условия — дополнение к основному условию, задающее его поведение на границе рассматриваемой области.

Горение — сложный физико-химический процесс превращения исходных веществ в продукты сгорания в ходе экзотермических реакций,

сопровождающийся интенсивным выделением тепла. Химическая энергия, запасённая в компонентах исходной смеси, может выделяться также в виде теплового излучения и света. Светящаяся зона называется фронтом пламени или просто пламенем.

Звуковая энергия - энергия колебаний частиц среды, переносящей звуковые волны; единица измерения в Международной системе единиц (СИ) — джоуль (Дж).

Поток акустической мощности — величина, равная отношению звуковой энергии, переносимой упругой средой через заданную поверхность, к интервалу времени, за который эта энергия переносится.

Температура горения – это температура до которой в процессе горения нагреваются продукты сгорания.

Вопросы для изучения:

1. Понятие и физическая суть процесса пульсационного горения. Критерий Рэлея.
2. Методы решения линейных задач.
3. Энергетический подход к решению нелинейных задач

Рэлей первым предположил, что акустические колебания поддерживаются, если максимум тепла сообщается колеблющемуся газу в момент его максимального сжатия. Патнэм и Деннис математически обосновали эту гипотезу, которая получила название «критерия Рэлея» и формулируется так: если фазовый сдвиг между колебаниями давления и колебаниями скорости теплоподвода по абсолютному значению меньше $\pi/2$, колебания возбуждаются; если фазовый сдвиг лежит в пределах от $\pi/2$ до π , колебания гасятся.

Теоретические исследования неустойчивости горения в ЖРД, проведенные В.Л. Эпштейном [99], показали, что критерий Рэлея справедлив и

в этом случае, только вместо скорости теплоподвода учитывается скорость выделения газообразных продуктов сгорания.

При теоретическом анализе автоколебаний при горении основные трудности связаны со сложностью математического описания механизмов обратной связи с учетом нелинейных свойств и необходимостью решать нелинейные уравнения в частных производных.

В линейной постановке задача существенно упрощается, однако проблема описания механизма обратной связи сохраняется, так как решение уравнений, характеризующих процесс горения, даже в линейном приближении, является чрезвычайно сложным. Введение феноменологического запаздывания процесса горения сыграло выдающуюся роль в развитии теории вибрационного горения. М.С. Натанзон первым использовал понятие постоянного времени запаздывания, исследуя низкочастотную неустойчивость горения. Л. Крокко ввел в рассмотрение переменное время запаздывания (чувствительное к колебаниям давления) и на его основе разработал механизм внутрикамерной и высокочастотной неустойчивости горения в ЖРД.

Был получен ряд результатов для сосредоточенных колебательных систем типа резонатора Гельмгольца и распределенных – типа цилиндрической трубы.

При возбуждении низкочастотной неустойчивости горения в ЖРД колебательная система состоит из упругого объема (камеры сгорания), инерционного звена (системы подачи) и сосредоточенного звена, описывающего процесс истечения газа из сопла. Для такой постановки задачи необходимым условием является малость характерных размеров указанных элементов по сравнению с длиной волны возбуждаемых колебаний. Задача решается по следующей методике: из условий сохранения массы и движения компонентов по трубопроводам с учетом постоянного времени запаздывания определяют характеристическое уравнение задачи, решая которое одним из методов теории автоматического регулирования, определяют условия, соответствующие границе неустойчивости.

В случае внутрикамерной неустойчивости задача отличается от предыдущей тем, что используется модель чувствительного времени запаздывания и не учитывается система подачи. Общим при изучении вибрационного горения в сосредоточенных системах является то, что они описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями и, следовательно, при анализе условий возбуждения колебаний можно использовать математический аппарат теории автоматического регулирования.

В распределенных системах возмущения параметров потока имеют волновую природу. Н.А. Аккерман показал, что продольные акустические колебания возбуждаются в камерах сгорания при условии, когда время преобразования топлива близко ко времени пробега звуковой волны от головки до сопла и обратно. Задача определения границы неустойчивости решается следующим образом. Если протяженность зоны горения мала по сравнению с длиной волны акустических колебаний в камере сгорания, то процесс горения сосредоточенный и можно свести зону горения к плоскости разрыва, на которой расположен источник массы. Используя модель переменного времени запаздывания, проведя линеаризацию уравнений, описывающих процесс горения жидкого топлива, можно получить соотношения, связывающие акустические возмущения до и после плоскости разрыва. Характеристическое уравнение задачи, определяющее условия возбуждения и частоту колебаний, получается после подстановки решений волнового уравнения в граничные условия на концах камеры сгорания и на плоскости источника.

Мерк, придерживаясь описанной методики, получил соотношения, связывающие акустические возмущения на плоскости теплоподвода. Введя акустические проводимости частей трубы, расположенных слева и справа от источника, он получил обобщенное характеристическое уравнение и проанализировал его применительно к лабораторным системам.

Б.В. Раушенбах, линеаризовав уравнения сохранения массы, импульса и энергии, получил соотношения на плоскости подвода энергии в общем виде и

проиллюстрировал применимость результатов своей теории на примере камер сгорания ВРД, ЖРД и ряда лабораторных установок.

В.Е. Дорошенко, С.Ф. Зайцев, В.И. Фурлетов при теоретическом исследовании вибрационного горения в модельной камере сгорания, работающей на газообразных компонентах, применили другую методику. При описании колебаний они использовали неоднородное волновое уравнение для звукового давления, в правой части которого с помощью функции распределения был записан член, характеризующий скорость тепловыделения при горении. Авторы показали, что, используя метод разделения переменных, можно решить сначала задачу в линейной постановке, затем, используя линейное приближение, получить обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение для временной части функции давления и определить амплитуду автоколебаний.

Нелинейный анализ продольной акустической неустойчивости горения содержится также в работах. Пока методика решения таких задач не отработана до конца, выражения, описывающие нелинейные свойства процесса горения, имеют предположительный характер и не подвергались строгому обоснованию.

Перспективным в плане решения нелинейных задач теории вибрационного горения является энергетический метод, позволяющий лучше понять физическую природу процессов, приводящих к самовозбуждению колебаний, получить ряд критериев неустойчивости. Именно энергетический подход был использован для математического обоснования критерия Рэлея, о котором говорилось ранее.

Суть метода заключается в следующем. Бесконечно малые акустические возмущения в газе усиливаются, если акустическая энергия, генерируемая тепловым источником, например, процессом горения, больше ее потерь.

Условие

$$A_c = A_d \tag{1}$$

соответствует границе неустойчивости. Первоначально колебания скорости тепловыделения зависят от возмущений скорости потока или давления прямо

пропорционально. Энергия, равная разнице $A_c - A_d$ увеличивается, и колебания газа усиливаются. Затем из-за нелинейных свойств процесса горения рост амплитуды колебаний скорости тепловыделения замедляется. В то же время быстро возрастают потери акустической энергии, вызванные, например, излучением звука из камеры сгорания и вязкостью газа. Величины A_c и A_d сближаются, а повторное равенство получаемой газом акустической энергии и теряемой означает, что амплитуда достигла значения, соответствующего установившимся колебаниям. Уравнение (1) было успешно использовано для линейного анализа устойчивости в трубе Рийке, установке Зондхаусса и резонаторе Гельмгольца, камерах сгорания ЖРД.

Анализ результатов экспериментальных и теоретических работ по исследованию вынужденных колебаний газа в трубах показывает, что характер распространения звуковых волн при увеличении их амплитуды становится существенно нелинейным. Появляются так называемые нелинейные резонансы, впервые обнаруженные М.А. Ильгамовым с сотрудниками, гармонический профиль волны искажается, возникают вторичные течения внутри трубы и на открытом конце, где пульсации давления и скорости потока связаны нелинейным соотношением, усиливается турбулентность потока. В автоколебательном режиме все перечисленные эффекты будут влиять на потери акустической энергии, а следовательно, на амплитуду установившихся колебаний. Учтя нелинейный характер излучения звука на концах трубы, Р.Г. Галиуллин получил выражения для амплитуды установившихся колебаний скорости потока в трубе Рийке и установке Зондхаусса. Нелинейные свойства области теплоподвода не рассматривались.

Энергетический метод применим, когда известна частота колебаний. При решении этой задачи считается, что поток состоит из двух частей – холодной и горячей, разделенных областью теплоподвода. Распределение температуры газа имеет ступенчатый характер. В достаточно длинных камерах сгорания, а также при наличии охлаждающих устройств температуры газа в зоне горения и на выходе из установки существенно отличаются друг от друга. Появляется

продольный градиент температуры горячего газа, который при расчете частот колебаний не учитывался.

В работах исследовались нелинейные колебания газа в трубе, создаваемые поршнем при наличии градиента температуры в области теплоподвода, но при его отсутствии за ее пределами.

В настоящее время продолжаются работы по развитию общей теории термоакустических колебаний. Анализ результатов по изучению эффектов Зондхаусса и Рийке, автоколебаний, возникающих при горении в установках типа трубы Рийке содержится в обзорной статье. Особое внимание уделяется механизмам обратной связи, изучение которых вызывает наибольшие затруднения из-за сложности экспериментального определения зависимости колебаний скорости тепловыделения при горении от акустических возмущений.

Для жидкого топлива эта задача была решена с помощью фазового доплеровского анализатора РДРА. Передаточная функция пламени, образующегося при истечении однородной газообразной смеси из отверстия была определена фотометрическим способом и полуэмпирическим методом, который значительно проще, а результаты близки к тем, которые получены путем прямых измерений.

Разработана математическая модель горения капли в колеблющемся потоке воздуха. Предложена кинематическая модель колебаний ламинарного фронта пламени, определена его передаточная функция и проведен анализ условий самовозбуждения колебаний в трубе, заполненной однородной газообразной смесью. Влияние акустических колебаний на диффузионное пламя, образующееся при встречном движении потоков топлива и окислителя, исследовано в работе. Продолжается изучение гидродинамической неустойчивости плоского фронта пламени.

Итак, изучение вибрационного горения, как одного из интереснейших автоколебательных явлений, по-прежнему актуально с научной и практической точек зрения. Существует необходимость дальнейших исследований в следующих основных направлениях:

1. Продолжение экспериментальных исследований на лабораторных моделях камер сгорания энергетических установок.

2. Разработка математических моделей и методов экспериментального исследования механизмов обратной связи.

3. Развитие энергетического метода, усовершенствование методики расчета границ неустойчивости, частоты и амплитуды установившихся колебаний с учетом продольного градиента температуры газа, нелинейных эффектов при горении и распространении звуковых волн.

4. Обобщение результатов, полученных для основных акустических типов устройств вибрационного горения.

Вопросы для контроля:

1. Понятие и физическая суть процесса пульсационного горения. Критерий Рэлея.

2. Методы решения линейных задач.

3. Энергетический подход к решению нелинейных задач

Тема 2. Линеаризация уравнений.

Лекция 2

Аннотация: Рассматриваются продольные колебания газа в канале с пределом температуры и скорости звука. Дается анализ потерь акустической энергии, вызванных трением газа о стенки и излучением звука.

Ключевые слова: частоты колебаний, потери, градиент температуры, резонатор Гельмгольца.

Методические рекомендации по изучению темы

- Тема содержит лекционную часть, где даются общие представления о предмете;
- В качестве самостоятельной работы нужно подготовиться к устному опросу;
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы к каждой лекции.
- Вопросы и задачи для самостоятельной работы должны быть оформлены в письменном виде. Оценка данной работы производится после устного собеседования студента с преподавателем.
- При выполнении самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультациями в установленное время.

Литература

Автоколебания газа в установке с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 42-49.

Глоссарий

Адиабатический, или **адиабатный процесс** (от др.-греч. ἀδιάβατος — «непроходимый») — термодинамический процесс в макроскопической системе, при котором система не обменивается теплотой с окружающим пространством.

Волновое уравнение в математике — линейное гиперболическое дифференциальное уравнение в частных производных, задающее малые поперечные колебания тонкой мембраны или струны, а также другие колебательные процессы в сплошных средах (акустика, преимущественно линейная: звук в газах, жидкостях и твёрдых телах) и электромагнетизме (электродинамике). Находит применение и в других областях теоретической

физики, например при описании гравитационных волн. Является одним из основных уравнений математической физики.

Вязкость (внутреннее трение) — одно из явлений переноса, свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой. В результате работа, затрачиваемая на это перемещение, рассеивается в виде тепла.

Идеальный газ — математическая модель газа, в которой в рамках молекулярно-кинетической теории предполагается, что: 1) потенциальной энергией взаимодействия частиц, составляющих газ, можно пренебречь по сравнению с их кинетической энергией; 2) суммарный объём частиц газа пренебрежимо мал; 3) между частицами не действуют силы притяжения или отталкивания, соударения частиц между собой и со стенками сосуда абсолютно упруги; 4) время взаимодействия между частицами пренебрежимо мало по сравнению со средним временем между столкновениями.

Резонатор Гельмгольца (акустический резонатор) — акустический прибор, сосуд сферической формы с открытой горловиной. Изобретен Гельмгольцем около 1850 г. для анализа акустических сигналов, теория разработана Г. Гельмгольцем и Дж. Рэлеем (см. Резонанс Гельмгольца).

Теплопроводность — это процесс переноса внутренней энергии от более нагретых частей тела (или тел) к менее нагретым частям (или телам), осуществляемый хаотически движущимися частицами тела (атомами, молекулами, электронами и т. п.). Такой теплообмен может происходить в любых телах с неоднородным распределением температур, но механизм переноса теплоты будет зависеть от агрегатного состояния вещества.

Топочный объем (англ. *furnace volume*) — пространство, ограниченное полом камеры сжигания, огнеупорными стенами, теплопоглощающими стенками камеры сгорания с циркулирующей водой, а также поверхностью свода, полами пластинами или водогрейными трубами котла. При наличии поперечной (шиберной) стенки, установленной в топке, топливный объем уменьшается на ту часть, которая находится за этой стенкой.

Вопросы для изучения:

1. Обобщенное уравнение частот колебаний газа в трубе в отсутствие градиента скорости звука.
2. Уравнение частот колебаний газа в канале при наличии скачка и линейного распределения скорости звука.

2.1. Колебания газа в трубах с учетом продольного градиента температуры

Распространение малых акустических возмущений в идеальном изоэнтропическом газе описывается волновым уравнением, в котором скорость звука постоянна, а решения могут быть представлены в виде:

$$u'(x, t) = C \cos(k_0 x + \varphi) \exp i \omega t, \quad k_0 = \omega / c_0, \\ p'(x, t) = -i \rho_0 c_0 C \sin(k_0 x + \varphi) \exp i \omega t.$$

(2.1.)

В теории звука широко используется понятие акустического импеданса, равного отношению акустического давления к акустической скорости в данном сечении трубы или точке звукового поля. Импеданс является комплексной величиной, ее действительная часть обусловлена потерями акустической энергии, мнимая часть влияет на фазу звуковой волны. Без учета потерь граничные условия на концах трубы обычно записывают в виде:

$$p'(0, t) = -i Y_0 u'(0, t), \quad p'(l, t) = i Y_l u'(l, t)$$

Из первого условия с учетом решений (2.1) следует:

$$\varphi = \arctg \bar{Y}_0, \quad \bar{Y}_0 = Y_0 / (\rho_0 c_0)$$

Второе условие приводит к выражению:

$$\operatorname{tg}(k_0 l) = \frac{\bar{Y}_0 + \bar{Y}_l}{\bar{Y}_0 \bar{Y}_l - 1}, \quad \bar{Y}_l = Y_l / (\rho_0 c_0)$$

Это известное в акустике уравнение частот колебаний газа в трубе с произвольными граничными условиями. Например, для трубы, открытой на

концах, можно положить $\bar{Y}_0 = \bar{Y}_l = 0$, если вместо реальной длины трубы взять «эффективную»:

$$l^* = l + 2\Delta l, \quad \Delta l = 0,613R$$

(2.2.)

Решение для частот колебаний имеет вид:

$$f_n = c_0 n / (2l^*), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Если один из концов трубы закрыт, например, $u'(0, t) = 0$, тогда $\bar{Y}_0 = \infty$, $\bar{Y}_l = 0$, а из уравнения частот следует:

$$f_n = c_0 (n - 1/2) / (2l^*), \quad l^* = l + \Delta l.$$

Пусть внутри трубы имеется плоскость теплоподвода, которая делит поток на холодную и горячую части. Газ входит в трубу, имея температуру $T_{1,0}$. В некотором сечении на расстоянии x^* от входа температура скачком увеличится до $T_{2,0}$. Потом за счет теплоотдачи к стенкам температура газа и скорость звука, которая прямо пропорциональна корню квадратному из температуры, уменьшаются (рис. 2.1).

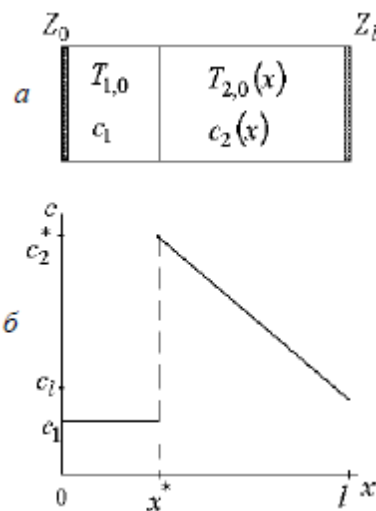


Рис. 2.1. Принципиальная схема трубы (а) и
распределение скорости звука в газе (б)

Если скорость потока велика, а труба – короткая, падение температуры можно не учитывать. Исследования распространения звуковых волн в трубе при скачкообразном изменении температуры газа показали, что при перемещении

скачка от входа к концу трубы частоты колебаний изменяются неравномерно. Например, в трубе, открытой на концах, в интервалах значений x^* от 0 до $0,25l$ и от $0,5l$ до l первая из частот колебаний быстро уменьшается, а в диапазоне от $0,25l$ до $0,5l$ практически остается постоянной. Уравнение частот колебаний имеет вид

$$\sqrt{B} \operatorname{tg}(\omega x^*/c_1) + \operatorname{tg}[\omega(l - x^*)/c_2] = 0$$

В длинной трубе при небольшой скорости потока, а также при наличии воздушного или водяного охлаждения стенок падение температуры будет значительным, появится градиент скорости звука в горячей части потока. Для идеального газа при отсутствии возмущений тепловых потоков, градиента среднего давления, при малых числах Маха волновое уравнение для скорости потока имеет вид:

$$\frac{\partial^2 u_2'}{\partial t^2} - c_2^2(x) \frac{\partial^2 u_2'}{\partial x^2} = 0$$

(2.4.)

В общем случае это уравнение решается приближенными методами или путем численного интегрирования. Положим, что скорость звука изменяется по линейному закону:

$$c_2(x) = a - bx \quad \text{при} \quad x^* \leq x \leq l$$

(2.5)

Решение ищется в виде $u_2' = F_u(x) \exp(i\omega t)$. После подстановки в выражение (2.4) получается уравнение:

$$\frac{d^2 F_u}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{c_2} \right)^2 F_u = 0$$

(2.6)

Введем новую переменную:

$$y_u = \int \frac{\omega dx}{c_2}$$

После преобразования уравнение (2.6) принимает вид:

$$\frac{d^2 F_u}{dy_u^2} + \frac{b}{\omega} \frac{dF_u}{dy_u} + F_u = 0$$

Решение ищется в виде $F_u = F^* \exp(\alpha' y)$. Определяя значения α' , получим:

$$F_u(y_u) = e^{-\frac{by_u}{2\omega}} (F_1^* e^{i\beta y_u} + F_2^* e^{-i\beta y_u});$$

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2\omega}\right)^2}.$$

Возвращаясь к исходной переменной, полагая $2F_1^* = C_2 \exp i\varphi_2$, $2F_2^* = C_2 \exp(-i\varphi_2)$, имеем:

$$u'_2(x, t) = \exp\left(-\frac{b}{2} \int \frac{dx}{c_2}\right) C_2 \cos\left[\left(\omega \beta \int \frac{dx}{c_2}\right) + \varphi_2\right] \exp(i\omega t)$$

(2.7)

Для распределения (2.5):

$$\int \frac{dx}{c_2} = \int \frac{dx}{a - bx} = -\frac{1}{b} \ln(a - bx) + \text{const}$$

Если градиент скорости звука отсутствует, для акустической скорости должно быть выражение типа (2.1):

$$u'_2(x, t) = C_2 \cos(\omega x/a + \varphi_2) \exp(i\omega t).$$

(2.8)

При $b=0$, $\beta=1$, чтобы из соотношения (2.7) получить (2.8), необходимо положить $\text{const} = (1/b) \ln a$. Полагая $c_2(x) = a = c_2^*$, переходя к пределу при $b \rightarrow 0$, раскрывая неопределенность типа $0/0$, получим:

$$\left(\int \frac{dx}{c_2}\right) \Big|_{b \rightarrow 0} = \left[-\frac{1}{b} \ln\left(1 - \frac{b}{a} x\right)\right] \Big|_{b \rightarrow 0} = \frac{x}{c_2^*}$$

(2.9)

что доказывает правильность выбора постоянной.

Окончательное выражение для возмущений скорости потока принимает вид:

$$u_2'(x,t) = C_2 e^{i\omega t} \left(1 - \frac{bx}{a}\right)^{1/2} \cos \left[\varphi_2 - \frac{\omega\beta}{b} \ln \left(1 - \frac{bx}{a}\right) \right] \quad (2.10)$$

Акустическое давление можно определить из линеаризованного уравнения непрерывности:

$$p_2'(x,t) = -\rho_{2,0} c_2^2 \int \frac{\partial u_2'}{\partial x} dt = -\frac{\rho_2 c_2^2}{i\omega} \frac{dF_u}{dx} e^{i\omega t}$$

Выражение для возмущений давления имеет вид:

$$p_2'(x,t) = -i\rho_{2,0} c_2 C_2 e^{i\omega t} \left(1 - \frac{bx}{a}\right)^{1/2} \left\{ \frac{b}{2\omega} \cos \left[\varphi_2 - \frac{\omega\beta}{b} \ln \left(1 - \frac{bx}{a}\right) \right] + \beta \sin \left[\varphi_2 - \frac{\omega\beta}{b} \ln \left(1 - \frac{bx}{a}\right) \right] \right\}. \quad (2.11)$$

На входе в трубу справедливо соотношение: $p_1'(0,t) = -iY_0 u_1'(0,t)$, где Y_0 – мнимая часть импеданса в сечении $x=0$, выражения для акустических возмущений в холодном газе описываются выражениями (2.1) с учетом соответствующего индекса. Из этого граничного условия следует:

$$\varphi_1 = \arctg[Y_0/(\rho_{1,0}c_1)] \quad (2.12)$$

На конце трубы выполняется граничное условие: $p_2'(l,t) = iY_l u_2'(l,t)$, и с учетом формул (2.10), (2.11) имеем:

$$\varphi_2 = \frac{\omega\beta}{b} \ln \left(1 - \frac{bl}{a}\right) - \arctg \left[\frac{1}{\beta} \left(\frac{b}{2\omega} + \frac{Y_l}{\rho_{l,0}c_l} \right) \right]$$

Условия, связывающие акустические возмущения до и после скачка температуры, имеют вид: $p_1'(x^*,t) = p_2'(x^*,t)$, $u_1'(x^*,t) = u_2'(x^*,t)$

Из них следует:

$$-\frac{b}{2\omega} + \beta \operatorname{tg} \left[\frac{\omega\beta}{b} \ln \left(1 - \frac{bx^*}{a}\right) - \varphi_2 \right] + \frac{c_2^*}{c_1} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega x^*}{c_1} + \varphi_1 \right) = 0 \quad (2.13)$$

Это уравнение позволяет вычислить частоты продольных колебаний газа в трубе с любыми граничными условиями. Для трубы, открытой на концах, заменяя реальную длину трубы эффективной, полагая $Y_0 = 0 = Y_l$, получим:

$$\varphi_1 = 0;$$

$$\varphi_2 = \frac{\omega\beta}{b} \ln\left(1 - \frac{bl^*}{a}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{2\omega\beta}\right)$$

(2.14)

Если в равенствах (2.13), (2.14) положить $b = 0$, $\beta = 1$, раскрыть неопределенности, получим $\varphi_2 = -\omega l^* / c_2^*$, а уравнение частот совпадет с выражением (2.3), в котором с учетом концевых поправок необходимо заменить реальную длину трубы на эффективную.

Были проведены измерения собственных частот акустических колебаний газа в трубе, открытой на концах, длиной 0,91 м с внутренним диаметром 0,036 м. Колебания возбуждались с помощью генератора звуковых сигналов и электродинамического громкоговорителя, а регистрировались акустическим зондом и соответствующей аппаратурой. Собственные частоты определялись резонансным методом. На оси трубы располагалось пропано-воздушное пламя, образующееся на конце газоподающей трубки длиной 3 м с внутренним диаметром 0,005 м.

На рис. 2.2 приведены экспериментальные и теоретические данные для двух первых собственных частот при условии $c_2^* = 497 \text{ м/с}$, $b = 165 \text{ с}^{-1}$. Эти значения были определены по результатам измерений распределения вдоль трубы средней по сечению температуры газа.

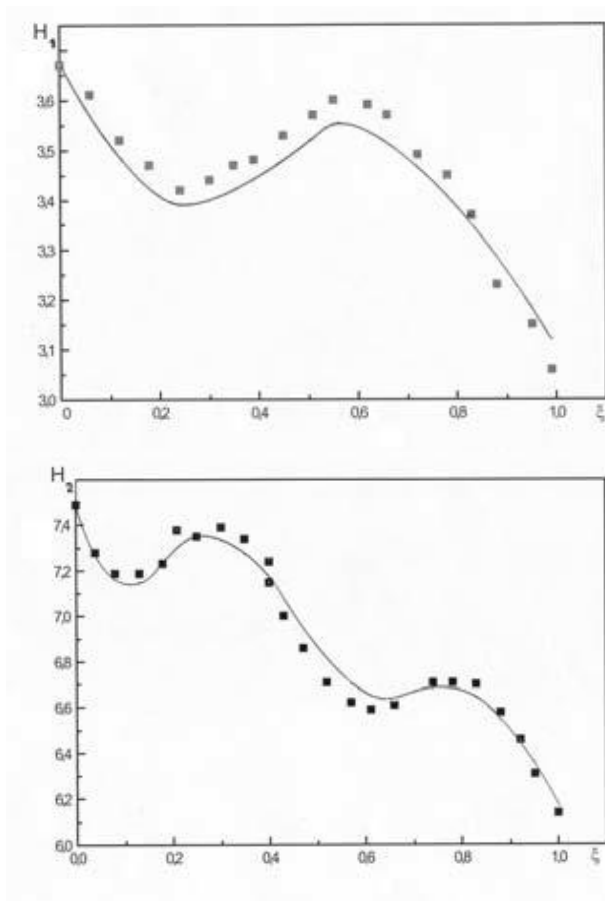


Рис. 2.2. Зависимости частоты колебаний от положения скачка температуры в трубе: *a* – первая, *б* – вторая собственная частота $H = \omega l / c_1$ $\xi = x^* / l$; линия – теория, точки – эксперимент

Опытные данные и результаты расчета количественно согласуются. При изменении положения скачка от входа к выходу из трубы частота колебаний изменяется не монотонно: участки, где происходит уменьшение частоты, чередуются с интервалами, в которых она изменяется противоположным образом. На кривых появляются минимумы и максимумы, которые отсутствуют, если имеется скачок температуры, но градиент скорости звука в горячем газе отсутствует.

Вопросы для контроля:

1. Обобщенное уравнение частот колебаний газа в трубе в отсутствие градиента скорости звука.

2. Уравнение частот колебаний газа в канале при наличии скачка и линейного распределения скорости звука.

Тема 3. Характеристическое уравнение задачи устойчивости процесса горения.

Лекция 2

Аннотация: Рассматриваются продольные колебания газа в канале с пределом температуры и скорости звука. Дается анализ потерь акустической энергии, вызванных трением газа о стенки и излучением звука.

Ключевые слова: теплоподвод, горение, идеальный газ, потери, акустическая энергия.

Методические рекомендации по изучению темы

- Тема содержит лекционную часть, где даются общие представления о предмете;
- В качестве самостоятельной работы нужно подготовиться к устному опросу;
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы к каждой лекции.
- Вопросы и задачи для самостоятельной работы должны быть оформлены в письменном виде. Оценка данной работы производится после устного собеседования студента с преподавателем.
- При выполнении самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультациями в установленное время.

Литература

Автоколебания газа в установке с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 57-61.

Глоссарий

Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по синусоидальному или косинусоидальному закону.

Критерий Рэлея – фазовое условие самовозбуждения термоакустических колебаний газа.

Поток звуковой энергии, акустическая мощность — величина, равная отношению звуковой энергии dW , переносимой упругой средой через заданную поверхность, к интервалу времени dt , за который эта энергия переносится.

Труба Рийке является простейшей экспериментальной установкой для изучения термоакустической неустойчивости, которая основана на возникновении колебаний газа в трубах при подводе тепла.

Вопросы для изучения:

1. Потери акустической энергии, обусловленные трением газа о стенки канала.
2. Потери акустической энергии, вызванные излучением звука из канала.

Одной из причин поглощения звука является вязкость и теплопроводность газа в пристеночном пограничном слое. Поток акустической энергии, передаваемой ядром потока пограничному слою:

$$A_v = \left\langle \int_S \operatorname{Re}(p') \operatorname{Re}(u'_y) dS \right\rangle_t, \quad (2.15)$$

где скобки означают усреднение за период колебаний. Для цилиндрической трубы $dS = 2\pi R dx$. На внешней границе пограничного слоя $u'_y = u_y \exp(i\omega t)$, $p' = p \exp(i\omega t)$, тогда выражение (2.15) принимает вид:

$$A_v = \pi R \int_0^l \operatorname{Re}(p) \operatorname{Re}(u_y) dx \quad (2.16)$$

Воспользуемся решением Ротта для поперечной компоненты акустической скорости:

$$u_y = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{n\sqrt{\operatorname{Pr}}} \right) \frac{d}{dx} \left[u_x \left(\frac{v}{i\omega} \right)^{1/2} \right] + \\ + \frac{1}{n} \left(\frac{2}{1 + \beta} \frac{1}{\operatorname{Pr} + \sqrt{\operatorname{Pr}}} - \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\operatorname{Pr}}} \right) u_x \frac{d}{dx} \left(\frac{v}{i\omega} \right)^{1/2}$$

В ядре потока газ можно считать идеальным, тогда из линеаризованного уравнения Эйлера следует:

$$p' = \frac{i\rho_0 c^2}{\omega} \frac{\partial u'_x}{\partial x}, \quad u'_x = u_x e^{i\omega t}$$

Если стенки трубы обладают высокой теплопроводностью, $n = 1$. С учетом сделанных замечаний, после подстановки выражения для u_y в (2.16) и интегрирования получается:

$$\begin{aligned} A_v = \pi R \left(\frac{\omega}{2} \right)^{1/2} & \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \int_0^l \rho_0 (u_x)^2 v^{1/2} dx + \right. \\ & \left. + \left(\frac{4}{3(\text{Pr} + \sqrt{\text{Pr}})} - \frac{\gamma-1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \frac{\rho_0 c^2}{\omega^2} \int_0^l u_x \frac{du_x}{dx} \frac{dv^{1/2}}{dx} dx \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

Пусть в сечении трубы x^* происходит скачкообразное увеличение температуры газа, после чего она изменяется по закону $T_{2,0}(x)$. Для газов $v T_0^{2/3}$, $\rho_0 \sim T_0^{-1}$.

Выражение (2.17) принимает вид:

$$\begin{aligned} A_v = \pi R \left(\frac{\omega}{2} \right)^{1/2} & \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \rho_{1,0} v_1^{1/2} \left(\int_0^{x^*} u_1^2(x) dx + T_{1,0}^{1/4} \int_{x^*}^l \frac{u_2^2(x) dx}{T_{2,0}(x)} \right) + \right. \\ & \left. + \left(\frac{4}{3(\text{Pr} + \sqrt{\text{Pr}})} - \frac{\gamma-1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \frac{\rho_{1,0} c_1^2}{\omega^2} \frac{v_1^{1/2}}{T_{1,0}^{3/4}} \int_{x^*}^l u_2(x) \frac{du_2}{dx} \frac{dT_{2,0}^{3/4}}{dx} dx \right]. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Если температура горячего газа постоянна, выражение для потока акустической энергии, поглощаемой в пограничном слое, упрощается:

$$\begin{aligned} A_v = \pi R \left(\frac{\omega}{2} \right)^{1/2} & \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \rho_{1,0} v_1^{1/2} \left(\int_0^{x^*} u_1^2(x) dx + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{T_{1,0}}{T_{2,0}} \right)^{1/4} \int_{x^*}^l u_2^2(x) dx \right) \right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

В качестве примера рассмотрим трубу, закрытую на входе и открытую на выходе. В этом случае $u_1'(0, t) = 0$, тогда $\varphi_1 = -\pi/2$ и $u_1'(x, t) = C_1 \sin(\omega x / c_1) \exp(i\omega t) = u_1(x) \exp(i\omega t)$, где C_1 – действительная величина.

Второе граничное условие $p_2'(l^*, t) = 0$, следовательно,

$$\varphi_2 = -\omega l^* / c_2, \quad u_2'(x, t) = C_2 \cos[\omega(x - l^*) / c_2] \exp(i\omega t) = u_2(x) \exp(i\omega t).$$

После подстановки $u_1(x)$, $u_2(x)$ в выражение (2.18) и интегрирования получается:

$$A_v = \pi R \left(\frac{\omega}{2} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \rho_{1,0} v_1^{1/2} \left[\frac{C_1^2}{2} \left(x^* - \frac{c_1}{2\omega} \sin \left(\frac{2\omega x^*}{c_1} \right) \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{T_{1,0}}{T_{2,0}} \right)^{1/4} \frac{C_2^2}{2} \left(l - x^* + \frac{c_2}{2\omega} \sin \left(\frac{2\omega(l^* - x^*)}{c_2} \right) \right) \right].$$

(2.20)

Для трубы, открытой на обоих концах, $p_1'(0, t) = 0, \varphi_1 = 0$,

$$u_1'(x, t) = C_1 \cos(\omega x / c_1) \exp(i\omega t)$$

В этом случае получается выражение, почти совпадающее с (2.20). Отличие состоит в том, что член, содержащий $\sin(2\omega x^* / c_1)$, будет иметь положительный знак.

Пусть труба заполнена холодным газом, $x^* = l$. Если пренебречь членом, содержащим $l^* - l$, получается:

$$A_v = \pi R \left(\frac{\omega}{2} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \rho_{1,0} v_1^{1/2} \frac{C_1^2}{2} \left(l - \frac{c_1}{2\omega} \sin \left(\frac{2\omega l}{c_1} \right) \right)$$

Для трубы, закрытой на входе и открытой на выходе, $\omega_n = \pi n c_1 / l$; членом, содержащим синус, можно пренебречь, и получается известная формула для трубы, заполненной однородным газом:

$$A_v = \frac{\pi R \rho_{1,0} (\omega v_1)^{1/2} l}{2^{3/2}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) C_1^2$$

(2.21)

Если труба открыта на концах, $\omega_n = 2\pi n c_l / l^*$, и получается тоже самое выражение.

Пусть скачок температуры расположен на входе, т.е. труба заполнена горячим газом с температурой $T_{2,0}$. Полагая $x^*=0$, с учетом указанных зависимостей плотности и вязкости газа от температуры, пренебрегая разницей величин γ , Pr для холодного и горячего газов, нетрудно получить формулу, совпадающую с (2.21) после замены индекса 1 на 2.

Из выражения (2.21) следует $A_v \sim (\omega v)^{1/2} \rho_0$. Для рассмотренных случаев $\omega \sim c \sim T_0^{1/2}$. Так как $v \sim T_0^{3/2}$, $\rho_0 \sim T_0^{-1}$, оказывается, что при одинаковой амплитуде колебаний скорости потока поглощение звука в трубе постоянных размеров не зависит от температуры заполняющего ее газа. Если температура изменяется вдоль трубы, но достаточно медленно, в выражении (2.18) член, содержащий $dT_{2,0}^{3/4}/dx$, будет мал по сравнению с остальными. Тогда приближенно можно считать, что поглощение звука в горячем газе с малым градиентом температуры такое же, как и при постоянной температуре. Поток поглощаемой акустической энергии может быть вычислен по упрощенной формуле (2.21).

Другой причиной, приводящей к потерям акустической энергии, является излучение звука на концах трубы. Поток энергии, выходящий из трубы, определяется выражением:

$$A_l = \langle \text{Re}(p_l') \text{Re}(u_l') \rangle_t S \quad (2.22)$$

Возмущения давления и скорости на конце трубы связаны соотношением $p_l' = X_l u_l'$. Для трубы, открытой на конце, действительная часть импеданса равна:

$$X_l = \rho_{l,0} \left(\frac{\omega^2 d^2}{16 c_l} + \frac{u_l}{2} \right) \quad (2.23)$$

где u_l – амплитуда колебаний скорости потока на открытом конце трубы. Выражение (2.22) для потерь акустической энергии на открытом конце трубы после интегрирования принимает вид:

$$A_l = \frac{\rho_{l,0} S u_l^2}{4} \left(\frac{\omega^2 d^2}{8 c_l} + u_l \right)$$

с учетом сделанных замечаний и того, что $u_l' = u_l \exp(i\omega t)$.

Вопросы для контроля:

1. Потери акустической энергии, обусловленные трением газа о стенки канала.
2. Потери акустической энергии, вызванные излучением звука из канала.

Тема 4. Передаточные функции пламени при горении однородной смеси, истекающей из отверстия и при обтекании стабилизатора, при горении слоевом твердого топлива.

Лекция 3

Аннотация: Излагается суть энергетического подхода и комбинированного метода расчета условий возбуждения колебаний газа, их частоты и амплитуды.

Ключевые слова: эффект Рийке, открытая труба, нагреватель, поток газа, автоколебания, область возбуждения.

Методические рекомендации по изучению темы

- Тема содержит лекционную часть, где даются общие представления о предмете;
- В качестве самостоятельной работы нужно подготовиться к устному опросу;
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы к каждой лекции.
- Вопросы и задачи для самостоятельной работы должны быть оформлены в письменном виде. Оценка данной работы производится после устного собеседования студента с преподавателем.
- При выполнении самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультациями в установленное время.

Литература

Автоколебания газа в установке с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 81-91.

Глоссарий

Нагреватель — устройство для нагревания (обогрева) чего-либо.

Труба Рийке является простейшей экспериментальной установкой для изучения термоакустической неустойчивости, которая основана на возникновении колебаний газа в трубах при подводе тепла.

Вопросы для изучения:

1. Энергетический подход к исследованию пульсационного горения в линейном приближении.

2. Уравнение границы неустойчивости процесса горения.
3. Физическая сущность нелинейных эффектов.
4. Вывод формулы для амплитуды установившихся колебаний давления газов.

Получив характеристическое уравнение для конкретного устройства, можно определить значения любого параметра, соответствующего границе неустойчивости. Однако, чтобы найти интервалы изменения данного параметра, при которых возникают колебания, необходим дополнительный анализ с использованием аппарата общей теории устойчивости или условий типа критерия Рэлея, полученных из соображений физической целесообразности. Энергетический метод позволяет делать это просто и наглядно. Действительно, потери акустической энергии сокращают интервалы неустойчивости, но они по-прежнему будут располагаться между предельными значениями, входящими в условия.

$$A_{c,L} \geq A_{d,L} \quad (3.1)$$

Это условие содержит информацию о границе неустойчивости и в то же время показывает, в каком направлении должны изменяться параметры устройства, чтобы в нем возникли автоколебания.

Акустическая мощность области теплоподвода в трубе определяется выражением

$$A_{c,L} = a_{c,L} p_c^2; \\ a_{c,L} = 0,5 B_0 S (|K_{u,L}| Y_1^{-1} \sin \omega \tau_u + |K_{p,L}| \cos \omega \tau_p) \quad (3.2)$$

Потери акустической энергии обусловлены, во-первых, тем, что часть ее выносится за пределы устройства и не возвращается обратно. Происходит это, например, при излучении звука на открытом конце трубы или вследствие затухания волн, проникающих из камеры сгорания в систему подачи. Во-

вторых, поглощение звука происходит внутри трубы под действием вязкости и теплопроводности, особенно в пристеночной области, а также из-за нарушения плоского характера распространения звуковых волн, вызванного наличием в потоке плохообтекаемых тел. Влияние препятствий носит локальный характер и им можно пренебречь ввиду малости по сравнению с потерями на стенках, которые происходят по всей длине трубы.

Воспользуемся формулой (2.21) из прошлой главы, в которой индекс «1» заменен на «2». Максимальная амплитуда колебаний скорости потока в трубе, заполненной газом с одинаковой температурой, с учетом выражений (2.1) равна C_2 , т.е. начальная фаза колебаний такова, что C_2 – действительная величина. Амплитуда колебаний давления в плоскости теплоподвода для реального случая (с учетом градиента температуры газа) определяется из выражения:

$$p_c = |p'_2(x^*, t)| = \rho_2^* c_2^* C_2 |b(2\omega)^{-1} \cos \varphi_2^* + \beta \sin \varphi_2^*| (1 - bx^*/a)^{1/2}$$

Тогда

$$C_2 = D_2 p_c, \quad D_2 = \left[\rho_2^* c_2^* |b(2\omega)^{-1} \cos \varphi_2^* + \beta \sin \varphi_2^*| (1 - bx^*/a)^{1/2} \right]^{-1}$$

$$\varphi_2^* = \varphi_2 - (\omega\beta/b) \ln(1 - bx^*/a).$$

(3.3)

Потери на стенках определяются по формуле:

$$A_{v,L} = a_{v,L} p_c^2, \quad a_{v,L} = \frac{\pi R \rho_2^* (\omega v_2)^{1/2} l}{2^{3/2}} \left(1 + \frac{\gamma_2 - 1}{\sqrt{\text{Pr}_2}} \right) D_2^2$$

(3.4)

Излучение звука на конце трубы описывается выражением (2.22)

$$A_{l,L} = S \langle \text{Re}(Z_{l,L} u'_l) \text{Re}(u'_l) \rangle_t = S X_{l,L} u_l^2 / 2$$

(3.5)

С учетом формулы (2.10) амплитуда колебаний скорости потока на конце трубы равна:

$$u_l = |u'_2(l, t)| = C_2 |\cos \varphi_{2,l}| (1 - bl/a)^{1/2}$$

Следовательно, амплитуда колебаний скорости потока на конце трубы связана с амплитудой колебаний давления в плоскости теплоподвода соотношением:

$$u_l = D_l p_c, \quad D_l = D_2 |\cos \varphi_{2,l}| (1 - bl/a)^{1/2},$$

$$\varphi_{2,l} = \varphi_2 - (\omega \beta / b) \ln(1 - bl/a).$$

(3.6)

Потери, связанные с излучением звука на выходе из трубы, записываются в виде:

$$A_{l,L} = a_{l,L} p_c^2, \quad a_{l,L} = S X_{l,L} D_l^2 / 2$$

(3.7)

В начале трубы вынос акустической энергии описывается выражением, аналогичным (3.5):

$$A_{0,L} = S X_{0,L} u_0^2 / 2, \quad X_{0,L} = \operatorname{Re}(Z_{0,L}) = -\operatorname{Re}(p'_{1,0} / u'_{1,0}).$$

С учетом выражений (2.1):

$$u_0 = |u'_{1,0}| = D_0 p_c, \quad D_0 = \frac{|\cos \varphi_1|}{\rho_{1,0} c_1 |\sin(\omega x^* / c_1 + \varphi_1)|};$$

$$A_{0,L} = a_{0,L} p_c^2, \quad a_{0,L} = S X_{0,L} D_0^2 / 2.$$

(3.8)

Подстановка выражений (3.2), (3.4), (3.5), (3.8) в неравенство (3.1) дает следующее условие самовозбуждения колебаний газа в трубе с любыми импедансами на концах и произвольным расположением плоскости теплоподвода:

$$a_{c,L} \geq a_{v,L} + a_{0,L} + a_{l,L}$$

(3.9)

Равенство величин соответствует границе неустойчивости. В устройствах типа емкость – труба $p_c = p_o' = p_v' = p_{2,0}'$. Тогда из выражений (3.3), (3.6) при условии $x^* = 0$ следует:

$$D_2 = (\rho_{V,0} c_{2,0} |b(2\omega)^{-1} \cos \varphi_2 + \beta \sin \varphi_2|)^{-1};$$

$$D_l = D_2 |\cos \varphi_{2,l}| \ln(1 - bl/a)^{1/2}.$$

(3.10)

На входе в емкость $p'_0 = -Z_{0,0} u'_0$, тогда:

$$A_{0,L} = S_0 \langle \operatorname{Re}(p'_0/Z_{0,0}) \operatorname{Re}(p'_0) \rangle_t = S_0 X_{0,0} |Z_{0,0}|^{-2} p_c^2 / 2 = a_{0,L} p_c^2;$$

$$a_{0,L} = S_0 X_{0,0} |Z_{0,0}|^{-2} / 2.$$

(3.11)

Выражение для акустической мощности, выделяемой в емкости, такое же, как и для трубы, только в формуле (3.2) S и Y_l необходимо заменить на S_0 и Y_0 , соответственно. Тогда с формальной точки зрения условие самовозбуждения колебаний имеет такой же вид, как и неравенство (3.9).

Если условие (3.1) выполнено, акустическая мощность теплового источника увеличивается прямо пропорционально квадрату амплитуды колебаний давления. Потери энергии возрастают таким же образом, но меньшими темпами (рис. 3.2). Появляется избыточная энергия, равная $A_c - A_d$, которая усиливает колебания, а это, в свою очередь, приводит к увеличению акустической энергии, сообщаемой газу.

Однако с течением времени начинает проявляться нелинейный характер процессов, приводящих к неустойчивости. Снижаются темпы генерации акустической энергии тепловым источником. Происходит то, что в реальных физических системах называется явлением «насыщения». Это обусловлено тем, что процессы теплообмена и горения – нелинейные по своей сути. В установках с горением при достаточно большой амплитуде колебаний происходит значительное сокращение размеров пламени, что способствует увеличению осредненного и пульсирующего локальных тепловых потоков. Средняя температура газа в зоне горения понижается, а часть периодически выделяемой теплоты передается стенкам камеры сгорания и не участвует в генерации акустической энергии. При горении за плохообтекаемыми телами нарушается стабилизация пламени, происходит его разделение на участки, которые могут

перемещаться вместе с колеблющимся потоком. Рассосредоточенность теплового источника приводит к уменьшению его акустической мощности.

Потери энергии, наоборот, возрастают. Начинают действовать механизмы поглощения звука, которые не имеют существенного значения для бесконечно малых возмущений. Например, излучение звука на открытом конце трубы усиливается за счет «струйных» потерь. Можно ожидать увеличения поглощения за счет вихревых вторичных течений, турбулизации потока в зоне горения и пристеночном пограничном слое.

Нелинейные эффекты приводят к тому, что по мере усиления колебаний газ получает все меньшее количество энергии. При условии, когда акустическая мощность теплового источника станет равной ее потерям, кривые 1 и 2 пересекутся (рис. 3.2). Это состояние энергетического равновесия соответствует установившимся колебаниям с постоянной амплитудой. Любое отклонение от этого положения приведет к тому, что появится избыток акустической энергии при $A_c > A_d$, и колебания усилятся или с A_c станет меньше A_d и амплитуда колебаний уменьшится до значения, соответствующего условию $A_c = A_d$.

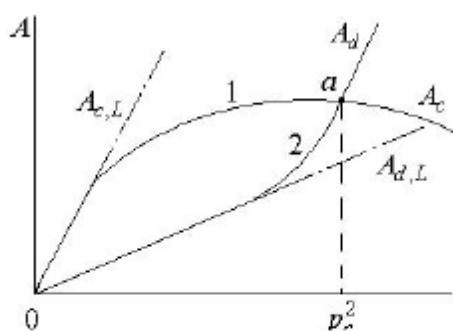


Рис. 3.2. Генерация и поглощение акустической энергии: 0 – граница неустойчивости, а – установившиеся колебания

При нелинейном анализе термоакустической неустойчивости приходится сталкиваться с целым рядом проблем. Основная трудность – математическое описание механизмов обратной связи, специфичных для различных устройств и состоящих из цепочки взаимосвязанных процессов, каждый из которых является предметом для самостоятельного изучения.

Следует иметь в виду, что по мере усиления колебаний определяющими станут процессы, отличающиеся от того, который привел к неустойчивости. Например, при горении за стабилизатором наиболее вероятной причиной самовозбуждения звука считается волнообразование на фронте пламени. В режиме установившихся колебаний происходит периодическое образование и отрыв горящих вихрей, способных замкнуть обратную связь, но отсутствующих при малых возмущениях потока. Может случиться так, что для самовозбуждения звука необходимы пульсации скорости потока в области теплоподвода, а на амплитуду установившихся колебаний влияют колебания давления.

Далее будут рассматриваться устройства, в которых причиной, вызывающей колебания скорости тепловыделения, являются возмущения скорости потока. Это ограничение вызвано тем, что нет достоверных данных, подтверждающих возможность самовозбуждения колебаний под непосредственным воздействием возмущений давления на процессы горения и теплоотдачи. Исключение составляют камеры сгорания ЖРД, но в этих установках неустойчивость возникает не посредством теплоподвода к газу, а с помощью источника массы, о котором говорилось в главе 1.

Учет нелинейных эффектов при анализе процессов, сопровождающихся потерями акустической энергии, также вызывает серьезные затруднения. Например, вторичные течения, возникающие в звуковом поле, создаваемом внешним источником, изучены достаточно хорошо. При самовозбуждении колебаний генерация волн и появление течений взаимосвязаны. Наряду с прямой необходимо решать и обратную задачу о влиянии вторичных течений на характер распространения звуковых волн. Этот вопрос не изучен. Также не представляется возможным оценить поглощение акустической энергии за счет других «вторичных» явлений, перечисленных выше, за исключением «струйных» потерь, возникающих при излучении звука из отверстия. В этом случае возмущения давления и скорости потока связаны соотношением:

$$p'_l = (Z_{l,L} + \rho_{l,0}|u'_l|/2) u'_l$$

(3.12)

Нелинейность заключается в том, что амплитуда колебаний давления изменяется не прямо пропорционально амплитуде колебаний скорости потока, как в линейной акустике, а по квадратичному закону, тогда как фазовый сдвиг остается прежним. По аналогии с термином «квазистационарный» подход такое приближение можно назвать «квазилинейным». В такой постановке связь между колебаниями скорости тепловыделения и скорости потока можно представить в виде:

$$q' = K_{u,N} u'_{1,*} = (|K_{u,L}| - b_q |u'_{1,*}|) u'_{1,*} \exp(-i\omega\tau_u)$$

(3.13)

Идея такой записи принадлежит Б.В. Раушенбаху, который изучал самовозбуждение акустических колебаний в трубе. Жидкое топливо впрыскивалось в поток воздуха и сгорало за стабилизаторами пламени. Исследование проводилось по упрощенной схеме.

Не учитывались следующие факторы: зависимость модуля передаточной функции для линейного приближения от частоты колебаний, нелинейный характер излучения звука, пристеночное поглощение звука. В аналитическом виде решение задачи представлялось системой двух уравнений относительно частоты и максимальной амплитуды колебаний давления, полученных из условий, связывающих акустические возмущения по обе стороны плоскости теплоподвода. Использованная методика – довольно трудоемкая, а полученные выражения не дают наглядного представления о физических особенностях влияния параметров термоакустического устройства на амплитуду установившихся колебаний.

Дальнейший анализ будет проводиться в следующей постановке:

1. Используется квазилинейный подход.
2. Решение задачи основывается на энергетическом методе.

3. Потери на стенках термоакустического устройства – линейные, излучение звука имеет нелинейный характер, другие механизмы поглощения акустической энергии не учитываются.

4. Частоты колебаний определяются из мнимой части характеристического уравнения, полученного в линейном приближении.

5. С момента самовозбуждения звука и до режима установившихся колебаний действует один и тот же механизм обратной связи.

Представляя зависимость пульсаций скорости тепловыделения от колебаний скорости потока (3.13) в формулу для акустической мощности теплового источника, учитывая, что $|u'_{l,*}| = p_c/Y_l^{-1}$, получим:

$$\begin{aligned} A_c &= (a_{c,L} - a_{c,N} p_c) p_c^2, \quad a_{c,L} = B_0 S |K_{u,L}| Y_1^{-1} \sin \omega \tau_u / 2, \\ a_{c,N} &= B_0 S b_q Y_1^{-1} |Y_1^{-1}| \sin \omega \tau_u / 2. \end{aligned}$$

(3.14)

Предположим, что и в общем случае нелинейность излучения звука из трубы можно учесть добавлением в концевые импедансы членов, пропорциональных амплитуде колебаний скорости потока, как это было сделано в формуле:

$$Z_l = Z_{l,L} + b_l |u'_{2,l}|, \quad Z_0 = Z_{0,L} + b_0 |u'_{2,0}|.$$

(3.15)

Потери акустической энергии на конце трубы определяются выражением типа

$$\begin{aligned} A_l &= X_l u_l^2 / 2 = (a_{l,L} + a_{l,N} p_c) p_c^2, \\ a_{l,N} &= S D_l^3 b_l / 2, \end{aligned}$$

(3.16)

а формула (3.7) для коэффициента $a_{l,L}$ останется прежней.

На входе в трубу получаются аналогичные выражения:

$$\begin{aligned} A_0 &= X_0 u_0^2 / 2 = (a_{0,L} + a_{0,N} p_c) p_c^2, \\ a_{0,N} &= S D_0^3 b_0 / 2, \end{aligned}$$

(3.17)

а коэффициент $a_{0,L}$ вычисляется по формуле (3.8).

После подстановки величин A_c , A_l , A_0 , A_v в условие энергетического баланса (1.5) получается формула для амплитуды колебаний давления в плоскости теплоподвода:

$$p_c = \frac{a_{c,L} - a_{0,L} - a_{l,L} - a_{v,L}}{a_{c,N} + a_{0,N} + a_{l,N}}. \quad (3.18)$$

Физический смысл имеют значения $p_c \geq 0$, что возможно, если числитель выражения (3.18) удовлетворяет условию, совпадающему с неравенством (3.41). Отпадает необходимость самостоятельного анализа условий самовозбуждения звука, так как в процессе вычислений амплитуды колебаний автоматически будут определены значения $p_c=0$ и параметры термоакустического устройства, соответствующие границе неустойчивости. В качестве первого приближения можно рекомендовать упрощенную формулу, не учитывающую потери:

$$p_c = a_{c,L} / a_{c,N} = |K_{u,N}| |Y_1| b_q^{-1}.$$

Частоты колебаний определяются из выражения, учитывающего влияние пульсаций скорости теплоподвода. Для упрощения расчетов можно воспользоваться уравнением собственных частот (2.19).

Для термоакустических устройств типа емкость – труба формула (3.18) сохраняет свой вид, но при определении коэффициентов необходимо учесть замечания, сделанные при анализе условий самовозбуждения колебаний, а также выражения (3.10), (3.11) и

$$Z_{0,N} = Z_{0,0} + b_{0,0} |u'_0|, \quad a_{0,N} = S_0 |Z_{0,N}|^{-3} b_{0,0} / 2.$$

В заключение сформулируем общую методику теоретического исследования термоакустических колебаний, учитывающую достоинства методов, основанных на анализе характеристического уравнения и балансов потоков акустической энергии. Необходимым начальным условием является знание механизма обратной связи, специфичного для каждого устройства.

Теоретически или путем математической обработки экспериментальных данных должна быть определена зависимость колебаний скорости теплоподвода к газу от акустических возмущений. Далее задача заключается в нахождении значений параметров, определяющих размеры устройства и процесс теплоподвода, при которых происходит само- возбуждение звука, а также зависимости частоты и амплитуды установившихся колебаний от указанных параметров.

Основные этапы расчета (имея в виду компьютерное исполнение) следующие:

1. С учетом типа устройства из уравнения $(1 + B_0 Y_{2,*} Y_p) Y_{1,*} + (1 + B_0 X_u) Y_{2,*} = 0$.

$$\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} X_{2,0} + (1 + B_0 X_u) X_{0,0} Y_{0,0}^{-2} - B_0 (Y_u Y_{0,0}^{-1} + X_p) = 0 ;$$

или $\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} + (1 + B_0 X_u) Y_{0,0}^{-1} - Y_V^{-1} + B_0 Y_p = 0$. определяется частота колебаний, соответствующая начальным значениям параметров.

2. По формуле (3.18) находится амплитуда колебаний давления и проверяется выполнение условия $p_c \geq 0$.

3. Процедура вычислений повторяется при изменении параметров до тех пор, пока не будут найдены все положительные значения p_c .

4. Данные по амплитуде и частоте колебаний, соответствующие условию $p_c \geq 0$, выводятся на печать для последующей обработки и оформления в виде графиков и таблиц.

Вопросы:

1. Энергетический подход к исследованию пульсационного горения в линейном приближении.
2. Уравнение границы неустойчивости процесса горения.
3. Физическая сущность нелинейных эффектов.
4. Вывод формулы для амплитуды установившихся колебаний давления газов.

Тема 5. Математические модели автоколебаний газа в камерах сгорания энергетических установок. Труба с многоканальной горелкой.

Лекция 4

Аннотация: Дается вывод переходной и передаточной функций пламени при горении однородной смеси. Определяется зависимость пульсаций скорости тепловыделения от пульсаций скорости истечения смеси.

Ключевые слова: резонатор Гельмгольца, емкость+труба, поток газа, автоколебания, область возбуждения.

Методические рекомендации по изучению темы

- Тема содержит лекционную часть, где даются общие представления о предмете;
- В качестве самостоятельной работы нужно подготовиться к устному опросу;
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы к каждой лекции.
- Вопросы и задачи для самостоятельной работы должны быть оформлены в письменном виде. Оценка данной работы производится после устного собеседования студента с преподавателем.
- При выполнении самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультациями в установленное время.

Литература

Автоколебания газа в установка с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 93-102.

Глоссарий

Резонатор Гельмгольца (акустический резонатор) — акустический прибор, сосуд сферической формы с открытой горловиной. Изобретен Гельмгольцем около 1850 г. для анализа акустических сигналов, теория разработана Г. Гельмгольцем и Дж. Рэлеем

Профессор **Казимир Францевич ТЕОДОРЧИК** /1891-1968 гг./ плодотворно работал в Московском университете около пятидесяти лет, начиная с 1919 г. по 1968 г. Вся основная его педагогическая и научная деятельность связана с физическим факультетом МГУ.

К.Ф. Теодорчик один из создателей научной школы, разрабатывающей проблемы колебаний в нелинейных и линейных системах самой различной физической природы. Он был блестящим ученым, педагогом и лектором. Много сил и энергии уделял он подготовке и воспитанию высококвалифицированных научных кадров в различных областях физики и, особенно, в области физики колебаний и радиофизики.

К.Ф. Теодорчик работал в МГУ с 1919 г., сначала на кафедре физики физико-математического факультета, затем на кафедре колебаний физического факультета МГУ, с момента её создания в 1931 г., до своей смерти в 1968 г. Семнадцать лет, с 1939 по 1956 гг., он заведовал этой кафедрой.

Резонатор — колебательная система, в которой происходит накопление энергии колебаний за счёт резонанса с вынуждающей силой. Обычно резонаторы обладают дискретным набором резонансных частот. В технике обычно встречаются резонаторы с колебанием электромагнитных или механических величин. Конструкция резонатора сильно зависит от его резонансных частот.

Вопросы для изучения:

1. Понятие передаточной и переходной функций пламени.
2. Определение переходной функции пламени с закрепленным основанием.
3. Передаточная функция пламени с учетом подвижности его основания.

Так как обратная связь реализуется вследствие зависимости скорости тепловыделения от скорости истечения смеси из отверстия, передаточная функция пламени определяется выражением:

$$K_L = q'_b(t)/u'_b(t).$$

При исследовании акустической неустойчивости горения в камерах сгорания ЖРД широкое распространение получил метод определения передаточной функции зоны горения, основанный на анализе так называемой «кривой

выгорания» с привлечением математического аппарата теории автоматического регулирования.

Связь между колебаниями скорости тепловыделения и скорости истечения можно определить по формуле:

$$q'_b(t) = i\omega u'_b(t) \int_0^{\infty} \frac{\Delta q_b(t)}{\Delta u_b} e^{-i\omega t} dt$$

(4.1)

Переходная функция $\Delta q_b(t)$ описывает изменение скорости тепловыделения при скачкообразном изменении скорости истечения на величину Δu_b .

Задача по определению переходной функции решалась при следующих допущениях:

1. Пламя имеет форму правильного геометрического конуса, приподнятого над горелкой, площадь основания которого равна площади отверстия горелки.
2. Любая точка фронта пламени находится в состоянии динамического равновесия в соответствии с законом Гуи – Михельсона.
3. Единица поверхности фронта пламени при заданной нормальной скорости распространения способна преобразовать в продукты сгорания фиксированное количество смеси в единицу времени.
4. Фронт пламени не имеет разрывов.
5. Скорость тепловыделения однозначно связана с величиной поверхности пламени или, как это следует из п. 3, с количеством смеси, пересекающим фронт пламени в единицу времени.
6. Фронт пламени бесконечно тонкий.
7. Число Маха для средней скорости истечения смеси из отверстия мало.
8. Значение нормальной скорости распространения фронта пламени постоянно по фронту пламени, за исключением корневых точек, а колебания этой скорости не учитываются.
9. Газ в объеме, занимаемом пламенем, с учетом пространства между отверстием горелки и основанием пламени, несжимаем.

10. Профиль распределения скорости истечения – плоский. Закон сохранения массы в интегральной форме для объема, занимаемого пламенем, имеет вид:

$$\int_{S_f} \rho \vec{U} d\vec{S} = \int_{S_b} \rho \vec{U} d\vec{S} - \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_f} \rho dV .$$

(4.2)

Элемент объема между горелкой и фронтом пламени равен $2\pi r x_f(r, t) dr$.

По условию стабилизации косого фронта пламени $\vec{U} d\vec{S}_f = U_b \cos \theta dS_f = U_n dS_f$.

Тогда из уравнения (4.2) получим выражение для поверхности пламени:

$$S_f = \left(U_b S_b - \frac{\partial V_f}{\partial t} \right) / U_n$$

(4.3)

Скорость тепловыделения прямо пропорциональна массовому расходу горючей смеси, пересекающей фронт пламени. Из уравнения (4.2) следует, что $\dot{m}_f = \rho_{1,0} U_n S_f$, тогда:

$$Q_b = g_f \dot{m}_f = g_f \rho_{1,0} U_n S_f$$

(4.4)

Следовательно, мгновенное значение скорости тепловыделения в режиме колебаний прямо пропорционально поверхности пламени, как и в стационарном случае. Поверхность пламени, как это следует из выражения (4.3), зависит от колебаний скорости истечения и от скорости изменения объема между отверстием горелки и фронтом пламени.

Определим реакцию пламени на скачкообразное изменение скорости истечения горючей смеси из отверстия горелки от некоторого стационарного значения $U_{b,1}$ до значения $U_{b,2} = U_{b,1} + \Delta u_b$.

В этом случае основание пламени перемещается в пограничном слое струи к новому стационарному положению 2, а фронт пламени в соответствии с

законом Гуи – Михельсона увеличивает свою поверхность до величины, отвечающей новому режиму истечения смеси.

Объем между отверстием горелки и фронтом горения состоит из двух частей: объема так называемого «темного» пространства между отверстием горелки и основанием пламени, и объема, ограниченного поверхностью пламени: $V = V_{0,f} + V_f$.

Рассмотрим характер переходного процесса при закреплённом основании пламени, т.е. $V_{0,f} = \text{const}$. Определим закон перемещения произвольной точки фронта пламени из одного стационарного положения в другое при скачкообразном изменении скорости истечения.

С учетом того, что $dS_b = dS_f \cos \theta$, $dV_f = x_f dS_b$, из выражения (4.2) получается уравнение движения точки фронта пламени:

$$\frac{\partial x_f}{\partial t} = U_b - \frac{U_n}{\cos \theta} \quad (4.5)$$

Введем следующие величины:

$x_f = \bar{x}_f + \Delta x_f(r, t)$, $\theta = \bar{\theta}_1 + \Delta \theta(t)$, где \bar{x}_f , $\bar{\theta}_1$ соответствуют стационарному состоянию, а Δx_f , $\Delta \theta$, $\Delta \theta$ описывают изменение соответствующих величин в переходном режиме.

В исходном положении $U_{b,1} = U_n / \cos \theta_1$. При условии малости скачка скорости истечения относительно начального значения:

$$\cos \theta \approx \cos \bar{\theta}_1 (1 - \Delta \theta \tan \bar{\theta}_1)$$

С учетом этого выражения уравнение (4.5) принимает вид:

$$\frac{\partial \Delta x_f}{\partial t} + \frac{U_n \tan \bar{\theta}_1}{\cos \bar{\theta}_1} \Delta \theta = \Delta u_b \quad (4.6)$$

Рассмотрим движение произвольной точки в фронте пламени вдоль линии тока от исходного стационарного положения к новому (рис. 4.1). В исходном положении

$$\operatorname{tg} \bar{\theta}_1 = \frac{\bar{x}_f - \bar{x}_0}{r_b - r}$$

В произвольный момент времени выполняется соотношение

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{\bar{x}_f + \Delta x_f(r, t) - \bar{x}_0}{r_b - r} = \\ &= \operatorname{tg} \bar{\theta}_1 + \frac{\Delta x_f(r, t)}{r_b - r}. \end{aligned}$$

С другой стороны,

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg}(\bar{\theta}_1 + \Delta \theta) \approx \operatorname{tg} \bar{\theta}_1 + \frac{\Delta \theta}{\cos^2 \bar{\theta}_1}.$$

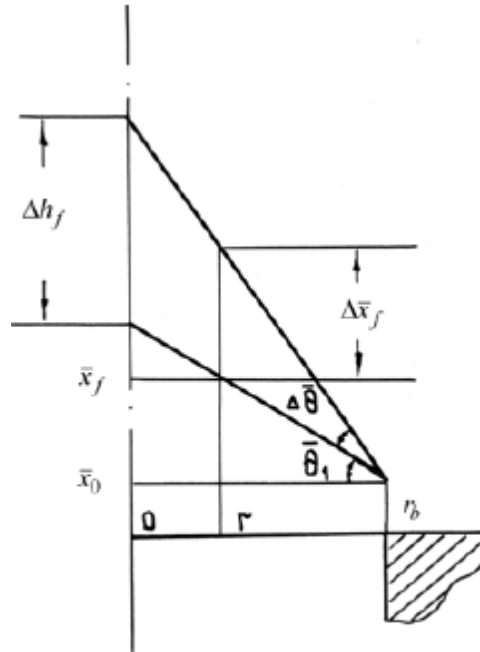


Рис. 4.1. Переходной процесс пламени при $U_n = \text{const}$

Подставляя эти выражения, находим:

$$\Delta \theta(t) = \frac{\cos^2 \bar{\theta}_1}{r_b - r} \Delta x_f(r, t).$$

Подставляя эту формулу в (4.6), получим:

$$\frac{\partial \Delta x_f}{\partial t} + \frac{1}{\tau} \Delta x_f = \Delta u_b, \quad (4.7)$$

$$\tau = \frac{r_b}{U_n \sin \bar{\theta}_1} (1 - \xi), \quad \xi = r/r_b$$

где

(4.8)

Выясним физический смысл времени τ . Местоположение конического фронта пламени в исходном стационарном состоянии описывается следующим выражением:

$$\bar{x}_f(\xi) = h_f(1 - \xi) + \bar{x}_0$$

Высота пламени h_f равна $r_b \operatorname{tg} \bar{\theta}_1$

Приращение координат фронта пламени при переходе из одного стационарного положения в другое определяется соотношением:

$$\Delta \bar{x}_f(\xi) = \Delta h_f(1 - \xi)$$

(4.9)

С учетом того, что $\Delta h_f = r_b [\operatorname{tg}(\bar{\theta}_1 + \Delta \bar{\theta}) - \operatorname{tg}(\bar{\theta}_1)]$, преобразуя это выражение при условии $\Delta \bar{\theta} / \bar{\theta}_1 \ll 1$, получим:

$$\Delta h_f = r_b \frac{\Delta \bar{\theta}}{\cos^2 \bar{\theta}_1}$$

(4.10)

Разлагая $\cos(\bar{\theta}_1 + \Delta \bar{\theta})$ по формуле косинуса суммы двух углов, зная, что $U_n / U_{b,1} = \cos \bar{\theta}_1$, получим:

$$\Delta \bar{\theta} = \operatorname{ctg} \bar{\theta}_1 \frac{\Delta u_b}{U_{b,1}}$$

(4.11)

Подставляя выражения (4.10), (4.11) в равенство (4.9), получим:

$$\Delta \bar{x}_f(\xi) = \frac{r_b}{U_n \sin \bar{\theta}_1} \Delta u_b (1 - \xi) = \tau \Delta u_b.$$

Следовательно, τ – это время прохождения фронта пламени от одного стационарного положения в другое со скоростью, равной величине скачка скорости истечения.

Решение уравнения (4.7) имеет следующий вид:

$$\Delta \bar{x}_f(\xi, t) = \Delta \bar{x}_f(\xi) [1 - \exp(-t/\tau)].$$

Полученное выражение говорит о том, что переход фронта пламени из одного стационарного положения в другое носит инерционный характер. Если ограничиться линейным разложением экспоненциальной функции, то для приращения координаты получается приближенная формула:

$$\Delta x_f(\xi, t) = \begin{cases} t \Delta u_b, & 0 \leq t \leq \tau(\xi), \\ \Delta \bar{x}_f, & \tau(\xi) \leq t. \end{cases} \quad (4.12)$$

Изменение массы горючей смеси, сгорающей в единицу времени в произвольный момент времени переходного процесса, определяется из закона сохранения массы:

$$\Delta \dot{m}_f(t) = \int_{S_f} \rho \vec{U} d\vec{S} = \rho_{1,0} \int_{S_b} \frac{U_n}{\cos \theta} dS.$$

Используя выражение (4.6), разлагая выражение $1/\cos \theta$ в ряд по $\Delta \theta$, получим:

$$\Delta \dot{m}_f(t) = \rho_{1,0} S_b 2 \int_0^1 \frac{\Delta x_f(\xi, t)}{\tau(\xi)} \xi d\xi. \quad (4.13)$$

Для произвольного момента времени $0 \leq t \leq \tau_m$, где $\tau_m = \Delta h_f / \Delta u_b$, часть точек фронта пламени, для которых $\tau(\xi) \leq t$ достигнут новых стационарных значений, остальные точки, для которых $\tau(\xi) > t$, еще будут совершать переходной процесс.

Координаты точек фронта пламени, завершивших переходный процесс, находятся в интервале $\xi^* \leq \xi \leq l$; координаты точек, продолжающих перемещение, – в интервале $0 \leq \xi \leq \xi^*$, где $\xi^* = l - t \tau_m$. Тогда из выражения (4.13) с учетом (4.12) получаем:

$$\Delta \dot{m}_f(t) = 2 \Delta \dot{m}_b \left\{ \int_0^{\xi^*} \frac{t}{\tau_m (1 - \xi)} \xi d\xi + \int_{\xi^*}^1 \xi d\xi \right\}, \quad (4.14)$$

где $\Delta \dot{m}_b = \rho_{1,0} S_b \Delta u_b$

Переходная функция пламени связана с функцией выгорания соотношением:

$$\Delta q_b(t) = g_f \Delta \dot{m}_f(t) = g_f \Delta \dot{m}_b \Psi_m(t). \quad (4.15)$$

После подстановки переходной функции (4.15) в формулу (4.1) получается следующее выражение для безразмерной передаточной функции пламени:

$$\bar{K}_L = i\omega \int_0^{\infty} \Psi_m(t) e^{-i\omega t} dt; \quad (4.16)$$

$$\bar{K}_L = K_L / (g_f \rho_{1,0} S_b) = K_L U_{b,1} / Q_{b,1}. \quad (4.17)$$

Функция выгорания определяется из уравнения (4.14):

$$\Psi_m(t) = \begin{cases} (t/\tau_m)^2 - 2(t/\tau_m) \ln(t/\tau_m), & 0 \leq t \leq \tau_m, \\ 1, & \tau_m \leq t \end{cases} \quad (4.18)$$

Вид кривой выгорания (рис. 4.2) говорит о том, что количество смеси, сгорающее в единицу времени, а значит, и скорость тепловыделения быстро возрастают в начальной стадии переходного процесса, затем темпы роста замедляются и осуществляется плавный переход к новому стационарному состоянию.

При подстановке функции выгорания (4.18) в выражение (4.16) получается интеграл, который можно вычислить лишь приближенно в виде бесконечного ряда. Для упрощения задачи начальный участок кривой выгорания брался в виде куска параболы (рис. 4.2). Тогда

$$\Psi_m(t) \approx \begin{cases} 1 - (\eta_m - 1)^2, & 0 \leq \eta_m \leq 1, \\ 1, & 1 \leq \eta_m, \quad \eta_m = t/\tau_m. \end{cases}$$

Передаточная функция пламени в этом случае следующая:

$$\bar{K}_L = 2[1 - \cos \omega \tau_m - i(\omega \tau_m - \sin \omega \tau_m)] / (\omega \tau_m)^2 .$$

Анализ этого выражения показывает, что мнимая часть передаточной функции отрицательна, а действительная часть положительна при любом фазовом запаздывании горения.

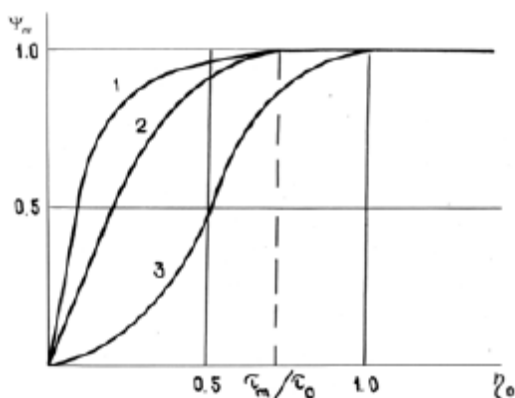


Рис. 4.2. Кривые выгорания:
1 – $U_n = \text{const}$; 2 – параболическое при-
ближение кривой 1; 3 – $U_n \neq \text{const}$

Это значит, что колебания скорости тепловыделения отстают по фазе от колебаний скорости истечения смеси, причем это запаздывание не превышает $\pi/2$. Если смесь подается из небольшой емкости, то, как будет показано ниже, пульсации скорости в каналах горелки отстают от пульсаций давления на входе в камеру сгорания на $\pi/2$. Тогда фазовый сдвиг между колебаниями давления и скорости тепловыделения в зоне горения превышает $\pi/2$, критерий Рэлея не выполняется, вибрационное горение не возникает. Это противоречит экспериментальным данным.

Для уточнения картины переходного процесса учтем тот факт, что нормальная скорость распространения пламени не одинакова вдоль фронта пламени. В основании она мала из-за теплоотдачи к стенкам горелки и достигает значения, соответствующего заданному составу смеси, в точке, радиальная координата которой $r/r_b \approx 0,8$. Затем U_n почти не изменяется и только вблизи оси пламени резко увеличивается и достигает максимального значения. Для пламени с радиальной симметрией значительная часть смеси пересекает фронт пламени на участке, где скорость горения меньше значения, соответствующего

химическому составу. Это приводит к тому, что время переходного процесса увеличивается, а характер кривой выгорания изменяется. После скачка скорости истечения происходит горение небольшого количества дополнительного топлива вблизи оси пламени. Затем сгорает основная часть избыточной смеси. Оставшееся топливо догорает в области стабилизации пламени, расположенной вблизи границ струи, образующейся при истечении смеси. Исходя из описанной качественной картины кривая выгорания была взята в виде кусков двух парабол (рис. 4.2), основания которых расположены в точках (0, 0) и (1, 1). Из условия касания ветвей парабол в точках (0,5; 0,5) были определены необходимые коэффициенты. Кривая выгорания описывается следующим выражением:

$$\Psi_0(t) \approx \begin{cases} 2\eta_0^2, & 0 \leq \eta_0 \leq 0.5, \\ 1 - 2(\eta_0 - 1)^2, & 0.5 \leq \eta_0 \leq 1, \\ 1, & 1 \leq \eta_0, \quad \eta_0 = t/\tau_0 \end{cases}$$

Подставив функцию выгорания в формулу (4.16), проведя интегрирование, получим выражение для передаточной функции пламени:

$$\bar{K}_L = \frac{2(1 - \cos \omega \bar{\tau})}{(\omega \bar{\tau})^2} \exp(-i\omega \bar{\tau}), \quad (4.19)$$

где $\bar{\tau} = 0,5\tau_0$ (τ_0 – максимальное время переходного процесса, которое больше максимального времени переходного процесса τ_m при условии $U_n = \text{const}$).

Вопросы для контроля:

1. Понятие передаточной и переходной функций пламени.
2. Определение переходной функции пламени с закрепленным основанием.
3. Передаточная функция пламени с учетом подвижности его основания.

Тема 6. Установка типа емкость-труба с многоканальной горелкой.

Энергетическим методом решается задача по исследованию пульсационного горения в трубе с многоканальной горелкой. Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными

Ключевые слова: канал, автоколебания, пульсации скорости, пульсации давления, температура, теплообмен.

Методические рекомендации по изучению темы

- Тема содержит лекционную часть, где даются общие представления о предмете;
- В качестве самостоятельной работы нужно подготовиться к устному опросу;
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы к каждой лекции.
- Вопросы и задачи для самостоятельной работы должны быть оформлены в письменном виде. Оценка данной работы производится после устного собеседования студента с преподавателем.
- При выполнении самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультациями в установленное время.

Литература

Автоколебания газа в установка с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 102-112.

Глоссарий

Эффекта Зондхаусса - возбуждение звука в трубе, к которой снаружи или изнутри подводится тепло при отсутствии потока через полость трубы.

Вопросы для изучения:

1. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в трубе с многоканальной горелкой, их физическое объяснение.
2. Уравнение частот колебаний газа.
3. Формула для амплитуды установившихся колебаний давления газа.

Ранее было проведено экспериментальное исследование вибрационного горения в трубе с многоканальной горелкой на входе. Основные результаты следующие:

1. Вблизи резонанса камеры сгорания и трубопровода подачи, при коротком трубопроводе – автоколебания гармонические. В остальных случаях вибрационное горение сопровождается нерегулярными биениями, приводящими к срыву пламени с горелки.

2. Колебания возбуждаются либо в одном интервале значений коэффициента избытка воздуха, включающем единицу, либо в двух, расположенных слева и справа от $\alpha = 1$.

3. С увеличением диаметра каналов горелки парные интервалы смещаются к $\alpha = 1$, затем сливаются в один общий интервал, который в дальнейшем сокращается и исчезает.

4. Если длина трубопровода такова, что колебания давления в камере сгорания отстают по фазе от колебаний скорости истечения, наблюдается один интервал вибрационного горения по α , когда опережают – один или два, в зависимости от диаметра каналов горелки.

5. Существует нижний и верхний пределы возбуждения вибрационного горения по скорости истечения.

Были выполнены расчеты границ неустойчивости и частот возбуждаемых колебаний. Использовалась реальная часть характеристического уравнения

$$\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} X_{2,0} + (1 + B_0 X_u) X_{0,0} Y_{0,0}^{-2} - B_0 (Y_u Y_{0,0}^{-1} + X_p) = 0;$$

$$\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} + (1 + B_0 X_u) Y_{0,0}^{-1} - Y_V^{-1} + B_0 Y_p = 0.$$

. Задача решалась при условии, что температура газа и скорость звука постоянны по длине камеры сгорания. Для этого подбиралось некоторое среднее значение скорости звука в трубе, чтобы получить удовлетворительное совпадение вычисленных значений частот колебаний с экспериментальными. Такой подход является формальным и не учитывает реального распределения скорости звука, обусловленного охлаждением газа из-за теплоотдачи к стенкам трубы. Кроме того, анализ

проводился в линейной постановке, что не позволило определить амплитуду установившихся колебаний. Воспользуемся общим уравнением частот колебаний, которое учитывает продольный градиент скорости звука, и конкретизируем его.

Рассмотрим установку, в которой камера сгорания – труба, открытая на выходе.

$$\varphi_1 = 0 ;$$

$$\varphi_2 = \frac{\omega\beta}{b} \ln \left(1 - \frac{bl^*}{a} \right) - \arctg \left(\frac{b}{2\omega\beta} \right) .$$

Тогда угол φ_2 определяется выражением

Пусть горючая смесь поступает в камеру сгорания из короткого трубопровода, обладающего свойствами акустической емкости, а глубина отверстий горелки намного меньше длины волны. В этом случае акустические возмущения давления и скорости в канале горелки связаны соотношением

$$Y_{0,0} = -\operatorname{Im} \left(\frac{p'_0}{u'_0} \right) = \rho_0 c_0 \left(\frac{\omega l_a}{c_0} - \frac{c_0 S_0}{\omega V_0} \right) , \text{ где } p'_0 = p'_b, u'_0 = u'_b :$$

Учитывая, что $u'_1(0,t) = u'_b S_0 / S$, $p'_b = p'_1(0,t)$, $Y_0 = -\operatorname{Im}[p'_1(0,t)/u'_1(0,t)]$,

находим $\varphi_1 = \arctg(F_0 S / S_0)$. Если пламя расположено в начале трубы, то $a = c_2(0) = c_2^*$ – скорость звука, зависящая от температуры горения. После подстановки значений φ_1 , φ_2 в выражение (2.13) при условии $x^* = 0$ получается уравнение для расчета частот колебаний газа:

$$\beta \operatorname{tg} \left[\arctg \left(\frac{b}{2\omega\beta} \right) - \frac{\omega\beta}{b} \ln \left(1 - \frac{bl^*}{c_2^*} \right) \right] = \frac{b}{2\omega} + \sqrt{B} \left(\frac{c_1 S}{\omega V_0} - \frac{S \omega l_b}{S_0 c_1} \right)$$

(5.1)

Без учета градиента скорости звука $b = 0$, $\beta = 1$ и, как отмечалось во второй главе, $\varphi_2 = -\omega l^* / c_2^*$. Уравнение частот принимает вид:

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\omega l^*}{c_2^*} \right) = \sqrt{B} \left(\frac{c_1 S}{\omega V_0} - \frac{\omega l_b}{\varepsilon_0 c_1} \right)$$

Это выражение совпадает с известным уравнением $\operatorname{tg} H = \sqrt{B} [\operatorname{ctg}(k_1 l_0) - \varepsilon_0^{-1} k_1 l_b]$, в котором необходимо ввести эффективную длину камеры сгорания и учесть, что для короткого трубопровода подачи смеси $k_1 l_0 \ll 1$, $\operatorname{ctg}(k_1 l_0) = c_1 S(\omega V_0)^{-1}$.

Если смесь подается в емкость горелки через большое гидродинамическое сопротивление, потерями акустической энергии на входе в камеру сгорания

$$p_c = \frac{a_{c,L} - a_{o,L} - a_{l,L} - a_{v,L}}{a_{c,N} + a_{o,N} + a_{l,N}}$$

можно пренебречь. Выражение для амплитуды установившихся колебаний давления в зоне горения принимает вид:

$$p_c = \frac{a_{c,L} - a_{l,L} - a_{v,L}}{a_{c,N} + a_{l,N}}$$

(5.2)

Определим коэффициенты, входящие в эту формулу. В изучаемой установке имеется совокупность одинаковых пламен, образующихся над отверстиями

горелки, поэтому общая скорость тепловыделения $q' = nq'_b = K_u u'_b$. В квазилинейном приближении запишем выражение, аналогичное $q' = K_{u,N} u'_{1,*} = (|K_{u,L} - b_q| u'_{1,*}) u'_{1,*} \exp(-i\omega\tau_u)$.

$$q'_b = K_N u'_b = (|K_L - b_q| u'_b) u'_b \exp(-i\omega\tau_u)$$

(5.3)

Передаточная функция K_L линейного приближения определяется

соотношениями $\bar{K}_L = K_L / (g_f \rho_{1,0} S_b) = K_L U_{b,1} / Q_{b,1}$, $\bar{K}_L = \frac{2(1 - \cos \omega \bar{\tau})}{(\omega \bar{\tau})^2} \exp(-i\omega \bar{\tau})$.

Время запаздывания скорости тепловыделения, полагая в формуле (4.8)

$\xi = 0$, $\sin \bar{\theta}_1 \approx 1$, представим в виде:

$$\tau_u = \bar{\tau} = \text{const } r_b / U_n$$

(5.4)

Постоянная определяется эмпирически. Для охлаждаемых камер сгорания рекомендуются значения 0,5–0,67 (в зависимости от степени охлаждения), для неохлаждаемых – значение 0,3.

Акустическая мощность зоны горения, у которой общие площади входных и выходных отверстий не равны, определяется выражением

$$A_c = \frac{(B-1)S_1 U_{1,0} p_*^2}{2Q_0} \left(\frac{|K_u|}{Y_1} \sin \omega \tau_u + |K_p| \cos \omega \tau_p \right),$$

в котором необходимо положить

$K_p=0$ и сделать переобозначения: $S_1 = S_0 = nS_b$, $U_{1,0} = U_{b,0}$, $p_* = p_c$, $Y_1 = Y_0$

$$A_c = (B-1)S_0 U_{b,0} (Q_0 Y_0)^{-1} p_c^2 |K_u| \sin(\omega \tau_u) / 2$$

(5.5)

С учетом соотношений (4.22), (4.24), формул для Y_0 , (4.17) для безразмерной передаточной функции пламени получим:

$$A_c = \frac{S_0 (B-1) \left| \bar{K}_L \right| - b_N p_c \left| p_c^2 \sin \omega \tau_u \right|}{2 \rho_{1,0} c_1 F_0}, \quad b_N = \frac{b'_q}{\rho_{1,0} c_1 |F_0|}, \quad b'_q = \frac{b_q U_{b,0}}{Q_0}$$

В то же время

$$A_c = (a_{c,L} - a_{c,N} p_c) p_c^2.$$

Сравнивая эти выражения, находим:

$$a_{c,L} = S_0 (B-1) \left| \bar{K}_L \right| (2 \rho_{1,0} c_1 F_0)^{-1} \sin \omega \tau_u,$$

$$a_{c,N} = S_0 (B-1) \left| \bar{K}_L \right| (2 \rho_{1,0} c_1 F_0)^{-1} b_N \sin \omega \tau_u.$$

(5.6)

Коэффициенты, определяющие поток излучаемой акустической энергии,

находятся из формул $A_{l,L} = a_{l,L} p_c^2$, $a_{l,L} = S X_{l,L} D_l^2 / 2$,

$$A_0 = X_0 u_0^2 / 2 = (a_{0,L} + a_{0,N} p_c) p_c^2, \quad A_l = X_l u_l^2 / 2 = (a_{l,L} + a_{l,N} p_c) p_c^2,$$

$$a_{0,N} = S D_0^3 b_0 / 2, \quad a_{l,N} = S D_l^3 b_l / 2,$$

с учетом

$$X_l = \rho_{l,0} \left(\frac{\omega^2 d^2}{16 c_l} + \frac{u_l}{2} \right);$$

импеданса открытого конца

$$a_{l,L} = SX_{l,L}D_l^2/2, \quad X_{l,L} = \rho_{l,0}(\omega d/4)^2/c_l$$

(5.7)

$$a_{l,N} = SD_l^3 b_l/2, \quad b_l = \rho_{l,0}/2.$$

(5.8)

Горение происходит на входе в трубу, т.е. $x^*=0$, и функция D_l вычисляется по второй формуле (3.42), где $\rho_{V,0} = \rho_2^*$, $c_{2,0} = c_2^*$.

Коэффициент, связанный с поглощением акустической энергии на стенках трубы, определяется выражением

$$A_{v,L} = a_{v,L} p_c^2, \quad a_{v,L} = \frac{\pi R \rho_2^* (\omega v_2)^{1/2} l}{2^{3/2}} \left(1 + \frac{\gamma_2 - 1}{\sqrt{\text{Pr}_2}} \right) D_2^2,$$

в котором функция D_2

$$D_2 = (\rho_{V,0} c_{2,0} |b(2\omega)^{-1} \cos \varphi_2 + \beta \sin \varphi_2|)^{-1};$$

вычисляется по первой формуле $D_l = D_2 |\cos \varphi_{2,l}| \ln(1 - bl/a)^{1/2}$ с теми же переобозначениями, которые были сделаны для функции D_l .

Уравнение (4.20) дает все возможные частоты. Реально возникают колебания только с теми частотами, для которых $p_c \geq 0$.

Были выполнены расчеты и измерения для установки, с неохлаждаемой камерой сгорания с внутренним диаметром 0,034 м, объем входной емкости был равен $1,5 \cdot 10^{-5}$ м³, проницаемость горелки $\varepsilon_0 = 0,086$, длина каналов 1 мм. Диаметр каналов горелки и длина камеры сгорания были переменными. Значения термодинамических параметров: $\rho_{1,0} = 1,23$ кг/м³, $v_1 = 1,5 \cdot 10^{-5}$ м/с², $T_{1,0} = 293$ К, $c_1 = 344$ м/с, $\gamma_2 = 1,4$, $\text{Pr}_2 = 0,73$. Время запаздывания горения вычислялось по формуле (4.23), в которой постоянная равна 0,3. Экспериментальная зависимость нормальной скорости распространения пламени от коэффициента избытка воздуха для пропано-воздушной смеси была аппроксимирована функцией:

$$U_n(\alpha) = 1,15 - 7,23\alpha + 15,24\alpha^2 - 11,71\alpha^3 + 2,98\alpha^4.$$

Использованное топливо не являлось химически чистым пропаном, а являлось смесью пропана с бутаном и другими углеводородами – «технический» пропан.

Исходя из среднестатистического состава, соответствующего паспортным данным для баллонов, содержащих сжиженное топливо, была получена формула для вычисления коэффициента избытка воздуха:

$$\alpha = 0,04 G_{V,a} / G_{V,p}$$

(5.9)

Обычно горение в лабораторных установках происходит в неадиабатических условиях. Был проведен термодинамический анализ состояния продуктов сгорания смесей газообразных топлив с воздухом. Тепловые потери оценивались исходя из известных экспериментальных данных для температуры пламен легких углеводородных топлив. Были получены формулы, определяющие температуру горения пропано-воздушной смеси в зависимости от коэффициента избытка воздуха:

$$T_c = T_{1,0} + \frac{1000\alpha}{0.084 + 0.452\alpha}, \quad \alpha \leq 1;$$

$$T_c = T_{1,0} + \frac{1000}{0.084 + 0.452\alpha}, \quad \alpha > 1.$$

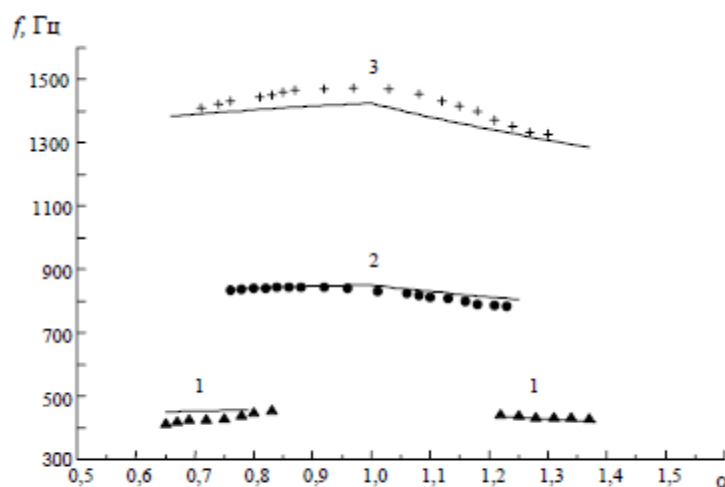
Пламена заполняли только часть сечения камеры сгорания, поэтому средняя температура газа $T_2^* = \zeta T_c$, $B = \zeta T_c / T_{1,0}$, $\zeta = 0,47$ – эмпирическая постоянная, $c_2^* = B^{1/2} c_1$. Было обнаружено, что для трубы длиной 0,92 м температура газа на выходе мало отличается от окружающей, т.е. $b = (c_2^* - c_1) / 0,92$ м.

Задавались термодинамические и геометрические параметры установки, а также коэффициент избытка воздуха. Из уравнения (5.1) находились частоты колебаний, которые подставлялись в формулу (5.2), и определялись значения α, f, p_c , соответствующие условию $p_c \geq 0$.

Интервалы значений коэффициента избытка воздуха, внутри которых наблюдается вибрационное горение, частоты и амплитуды установившихся колебаний давления представлены на рис. 4.3 и 4.4. Линии соответствуют результатам расчета, условные обозначения – экспериментальным данным. Для

короткой камеры сгорания с небольшим диаметром отверстий горелки наблюдаются колебания, соответствующие второй из частот трубы (рис. 4.3, кривая 1). Расширение отверстий делает возможным возбуждение колебаний с наименьшей частотой (кривая 2). Кривая 3 соответствует второй из частот и получается при удлинении трубы.

Если пренебречь потерями акустической энергии, условие самовозбуждения колебаний газа $a_{c,L} \geq a_{v,L} + a_{0,L} + a_{l,L}$ принимает вид: $a_{c,L} \geq 0$.



при $\alpha=1$ таково, что $\omega_2\tau_{min}>2\pi$, и вибрационное горение отсутствует. Для первой частоты, которая примерно в три раза меньше, $\omega_1\tau_{min}<\pi$. Возбуждение колебаний становится возможным при увеличении времени запаздывания за счет уменьшения нормальной скорости распространения пламени, т.е. при изменении коэффициента избытка воздуха в обе стороны от единицы. Как только $\omega_1\tau_u$ станет больше π , произойдет самовозбуждение колебаний, и вибрационное горение будет наблюдаться до тех пор, пока фазовое запаздывание не примет значение, близкое к 2π . В этом случае вибрационное горение наблюдается в двух интервалах значений коэффициента избытка воздуха (кривая 1).

Уменьшение радиуса отверстий горелки приводит к тому, что время запаздывания горения сокращается, интервалы возбуждения колебаний с частотой ω_1 смещаются в направлении значений α , соответствующих границам существования пламени, и исчезают. В то же время становится возможным возбуждение колебаний с более высокой частотой, так как $\omega_2\tau_{min}$ будет меньше 2π . Вибрационное горение наблюдается в одном интервале, границы которого соответствуют значениям коэффициента избытка воздуха, для которых $\omega\tau_u$ будут близкими к 2π (кривая 3).

При удлинении камеры сгорания частота ω_1 уменьшается и для $l=0,725$ м она такова, что условия самовозбуждения колебаний (4.29) не выполняются. Вторая частота тоже значительно понизится, но за счет увеличения радиуса отверстий горелки и соответствующего роста времени запаздывания фазовый сдвиг $\omega_2\tau_u$ будет таким, что вибрационное горение наблюдается в одном интервале значений коэффициента избытка воздуха (кривая 2). Вычисления показали, что для коэффициента нелинейности $b'_q = 0,5 \text{ с/м}$ рассчитанные значения амплитуды колебаний количественно согласуются с экспериментальными (рис. 4.4).

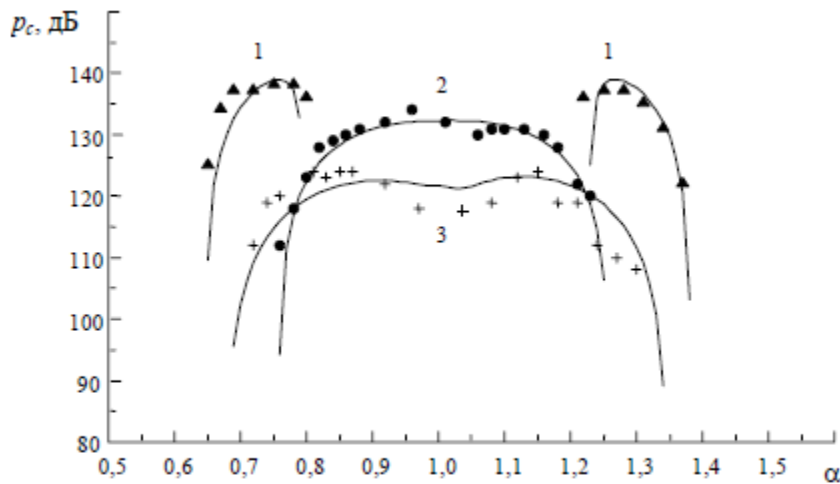


Рис. 4.4. Зависимости амплитуды установившихся колебаний давления от коэффициента избытка воздуха (обозначения см. рис. 4.3)

Данные говорят о том, что чем выше частота, тем меньше максимальная амплитуда колебаний газа внутри интервала возбуждения вибрационного горения. Ясно, что амплитуда колебаний будет иметь максимальное значение, когда условия возбуждения колебаний – наиболее благоприятные, другими словами, если акустическая энергия, генерируемая зоной горения, максимальна. Это условие зависит не от частоты колебаний, а от ее произведения на время запаздывания горения, так как $A_c \sim |\sin \omega \tau_u|$. В то же время согласно формуле

$$A_v = \frac{\pi R \rho_{1,0} (\omega v_1)^{1/2} l}{2^{3/2}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) C_1^2.$$

повышение частоты приводит к увеличению потерь акустической энергии, а значит, к уменьшению амплитуды колебаний газа. При изменении параметров установки возможны три типа зависимости амплитуды колебаний давления от коэффициента избытка воздуха. Кривая 1 получается при условии $\omega \tau_{min} < \pi$. Если $\omega \tau_{min} > \pi$ и соответствует наилучшим условиям возбуждения колебаний, амплитуда колебаний максимальна в средней части интервала (кривая 2). Когда фазовый сдвиг $\omega \tau_{min}$ больше π , но близок к значению, соответствующему границе вибрационного горения, зависимость имеет минимум в средней части и два максимума для значений коэффициента избытка воздуха, наиболее благоприятных для возбуждения колебаний. Разработанная математическая модель и полученные результаты

свидетельствуют об эффективности «энергетического» метода и перспективности его использования для анализа других устройств вибрационного горения.

Вопросы:

1. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в трубе с многоканальной горелкой, их физическое объяснение.
2. Уравнение частот колебаний газа.
3. Формула для амплитуды установившихся колебаний давления газа.

Тема 7. Труба со стабилизатором пламени при горении однородной смеси.

Лекция 6

Аннотация: Энергетическим методом исследуется процесс возбуждения колебаний газа в камерах сгорания типа резонатора Гельмгольца и емкость-труба. Описываются физические механизмы пульсационного горения в указанных установках.

Ключевые слова: источник энергии, температура, автоколебательная система, вибрационное горение.

Методические рекомендации по изучению темы

- Тема содержит лекционную часть, где даются общие представления о предмете;
- В качестве самостоятельной работы нужно подготовиться к устному опросу;
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы к каждой лекции.
- Вопросы и задачи для самостоятельной работы должны быть оформлены в письменном виде. Оценка данной работы производится после устного собеседования студента с преподавателем.
- При выполнении самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультациями в установленное время.

Литература

Автоколебания газа в установке с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 112-121.

Глоссарий

Автоколебания — незатухающие колебания в диссипативной динамической системе с нелинейной обратной связью, поддерживающиеся за счёт энергии постоянного, то есть непериодического внешнего воздействия.

Вибрационное горение — вид неустойчивого горения, характеризующийся автоколебаниями газа в камере сгорания.

Граничные условия — дополнение к основному условию, задающее его поведение на границе рассматриваемой области.

Поток звуковой энергии, акустическая мощность — величина, равная отношению **звуковой энергии** dW , переносимой упругой средой через заданную поверхность, к интервалу времени dt , за который эта **энергия** переносится.

Вопросы для изучения:

1. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в резонаторе Гельмгольца, их физическое объяснение.
2. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в установке типа емкость-труба, их физическое объяснение.

Пусть на входе в камеру сгорания расположено горелочное устройство, а на выходе — труба для вывода сгоревших газов. Если длина отверстий трубы намного меньше длины волны, а ее диаметр мал по сравнению с поперечным размером камеры сгорания, получается колебательная система типа резонатора Гельмгольца. Колебания совершает газ в трубе («горле» резонатора), а изменения давления в камере сгорания (емкости) обеспечивают необходимую восстанавливающую силу.

Установка, на которой проводился эксперимент, состояла из цилиндрической камеры сгорания (рис. 4.5) с внутренним диаметром 0,034 м и длиной 0,06 м. При ввинчивании поршня длина, а следовательно, и объем камеры уменьшались до требуемых размеров.

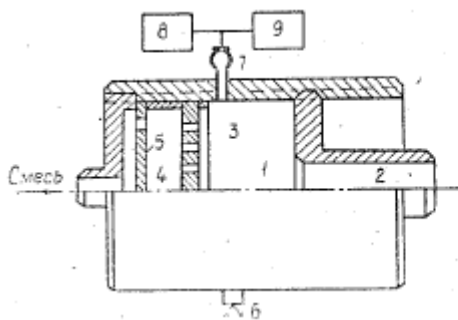


Рис. 1 Экспериментальная камера сгорания типа резонатора Гельмгольца:

1 — камера сгорания (объем резонатора);
2 — горло резонатора; 3, 4 — отверстия и полость форсунки; 5 — диафрагма; 6 — свеча зажигания; 7 — акустический зонд на базе микрофона; 8 — осциллограф; 9 — частотомер

Использовалась горелка с 25 выходными отверстиями диаметром 2 мм. Горло резонатора имело постоянные размеры: внутренний диаметр 0,015 м, длину 0,05 м, емкость горелки 10^{-5} м³.

Методика измерений следующая. Задавались геометрические параметры установки. При постоянном расходе смеси, изменяя соотношение компонентов (например, в сторону увеличения доли топлива), определялись расходы пропана и воздуха, соответствующие появлению и затуханию колебаний. Параллельно внутри этого интервала измерялась частота колебаний. Эксперимент проводился при изменении концентрации топлива в обе стороны. По найденным расходам компонентов рассчитывались соответствующие значения скорости истечения смеси из горелки и коэффициента избытка воздуха по формуле $\alpha = 0,04 G_{V,a} / G_{V,p}$. Экспериментальные данные показали (рис. 2), что с уменьшением объема резонатора и при увеличении скорости истечения смеси из горелки частота автоколебаний возрастает.

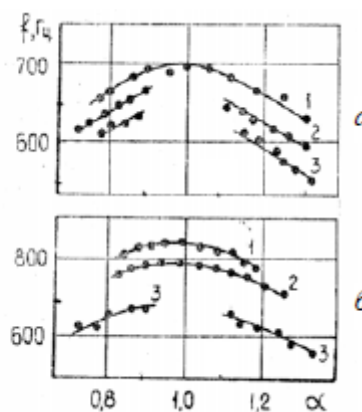
Рис 2 Зависимости частоты автоколебаний от коэффициента избытка воздуха при различных скоростях истечения горючей смеси (а) и различных объемах резонатора (б)

Поз. а: 1- $U_{b,0} = 1,57$ м/с; 2-1,35 м/с; 3-0,5 м/с при

$$V = 0,58 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$$

Поз. б: 1- $V = 0,29 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$; 2- $V = 0,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$;

$$3 - V = 0,58 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \text{ при } U_{b,0} = 1,41 \text{ м/с}$$



Размеры экспериментальной установки таковы, что входная емкость в несколько раз меньше объема камеры сгорания, а количество газа, сосредоточенное в отверстиях горелки, много меньше массы газа в горле резонатора. Можно ожидать, что частота колебаний будет зависеть главным образом от параметров газа и камеры сгорания, т.е. той части устройства, которая является резонатором Гельмгольца по определению. При малых расходах смеси температура газа зависит от времени его пребывания в камере сгорания. Увеличение скорости истечения смеси из отверстий горелки

сокращает это время, теплоотдача к стенкам уменьшается и, как показали измерения, температура газа на выходе из горла повышается. Среднее значение температуры газа и скорости звука в камере сгорания возрастают. В

$$\omega = c_{2,0} \left(\frac{S}{l^* V} \right)^{1/2}.$$

соответствии с формулой увеличение скорости звука и сокращение емкости резонатора Гельмгольца приводит к повышению частоты колебаний, о котором говорилось выше.

Общим на графиках является то, что колебания возникают либо в одном интервале значений коэффициента избытка воздуха, включающем единицу, либо в двух – слева и справа от единицы. Переход от двух интервалов к одному происходит примерно в одном диапазоне частот. Это указывает на то, что скорость истечения смеси и объем резонатора влияют на границы возбуждения колебаний посредством воздействий этих параметров на частоту автоколебаний.

Сравнение полученных данных с результатами исследования вибрационного горения в трубе показало, что в обоих случаях наблюдаются одинаковые закономерности и можно считать, что механизм возбуждения колебаний один и тот же.

При горении газообразной смеси, истекающей из отверстия, время запаздывания колебаний скорости тепловыделения относительно колебаний скорости истечения рассчитывается по формуле $\tau_u = \bar{\tau} = \text{const } r_b / U_n$. Камера сгорания имела воздушное охлаждение, поэтому постоянная равна 0,5.

Были взяты экспериментальные значения коэффициента избытка воздуха и частоты, соответствующие границам интервалов возбуждения колебаний. Используя известную зависимость $U_n(\alpha)$ для пропана, зная радиус отверстия форсунки, по указанной формуле можно вычислить граничные значения времени запаздывания и соответствующие фазовые сдвиги $\omega \tau_u$. Оказалось, что колебания наблюдаются, если выполняется условие $\pi \leq \omega \tau_u \leq 2\pi$, такое же, как и при вибрационном горении в трубе.

Теперь можно объяснить влияние частоты на границы автоколебаний. При избытке и недостатке топлива нормальная скорость распространения пламени мала, а фазовый сдвиг больше 2π . С приближением к стехиометрическому соотношению компонентов фазовый сдвиг становится меньше 2π , возникают колебания и прекратятся после того, как фазовый сдвиг станет меньше некоторого критического значения, близкого к π (кривые 2, 3 на рис. 2, а; кривая 3 на рис. 2, б). Минимальное время запаздывания приходится на значение α , близкое к единице, и при неизменном радиусе отверстия горелки остается постоянным. Тогда с увеличением частоты колебаний минимальный фазовый сдвиг возрастает и может стать больше нижнего граничного значения. В этом случае интервалы возбуждения колебаний сливаются в один общий (кривая 1 на рис. 2, а; кривые 1, 2 на рис. 2, б).

Упрощенный анализ границ самовозбуждения колебаний был выполнен в работе. Использовалось выражение, которое получается из первого уравнения

$$\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} X_{2,0} + (1 + B_0 X_u) X_{0,0} Y_{0,0}^{-2} - B_0 Y_u Y_{0,0}^{-1} = 0;$$

системы $\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} + (1 + B_0 X_u) Y_{0,0}^{-1} - Y_V^{-1} = 0$, в котором $X_{0,0}=0$, т.е.

не учитываются потери акустической энергии в многоканальной горелке. С учетом формул для импеданса $Z_{2,0}$, функции H , μ и передаточной функции

$$\bar{K}_L = \frac{2(1 - \cos \omega \bar{\tau})}{(\omega \bar{\tau})^2} \exp(-i\omega \bar{\tau}),$$

пламени уравнение, описывающее границы самовозбуждения колебаний, можно представить в виде:

$$R^{-1} (2lv_2 H / c_2)^{1/2} + (R / 2c_2)^2 H^2 + \\ + 2(B-1)(V_0/V) H (1 - \cos H\tau') (H\tau')^{-2} \sin H\tau' = 0,$$

(6.1)

$$\tau' = r_b c_2 / (2U_n l).$$

В табл. 4.1 приведены значения частоты автоколебаний, вычисленные по

формуле $\omega = c_{2,0} \left(\frac{S}{l^* V} \right)^{1/2}$, при $c_2 = 470$ м/с, скорости истечения смеси $U_{b,0} = 1,4$ м/с.

Таблица 1

Частоты колебаний				
$V \cdot 10^5, \text{м}^3$	1,82	2,73	3,82	5,46
$f, \text{Гц}$	925	827	751	618
	1043	850	720	602

В табл. 2 приведены нижние τ_1' и верхние τ_2' граничные значения времени запаздывания горения, соответствующие усредненным по коэффициенту избытка воздуха экспериментальным частотам при $V=5,46 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$ и вычисленные из уравнения (6.1). Результаты расчета качественно согласуются с экспериментальными данными.

Таблица 2

Границы вибрационного горения					
$U_{b,0}, \text{м/с}$	H	Эксперимент		Теория	
		τ_1'	τ_2'	τ_1'	τ_2'
1,2	0,40	11,8	13,9	11,2	13,0
1,35	0,42	11,5	14,5	10,7	12,5
1,57	0,44	—	13,6	10,5	12,0

Разработанный в третьей главе комбинированный метод дает возможность не только провести более точные расчеты границ вибрационного горения, частот колебаний, но и вычислить амплитуды установившихся колебаний газа. Частоты собственных колебаний определяются из уравнения

$\frac{b}{2\omega} + \beta \text{tg} \varphi_2 + F^{-1} = 0$, . Для короткой камеры сгорания можно пренебречь градиентом скорости звука. Полагая $b=0, \beta=1$, с учетом того, что

$$\varphi_2 = -\text{tg}(\omega l^*/c_2) \approx -\omega l^*/c_2, \text{ получаем } \omega l^*/c_2 = F^{-1}.$$

Применяя формулы $F = \left(\frac{\omega V}{c_0 S} - \frac{\varepsilon_0}{Y_{0,0}} \right) \frac{c_0}{c_{2,0}}, \quad \varepsilon_0 = \frac{S_0}{S}, \quad \bar{Y}_{0,0} = \frac{Y_{0,0}}{\rho_0 c_0},$,

$Y_{0,0} = -\text{Im} \left(\frac{p'_0}{u'_0} \right) = \rho_0 c_0 \left(\frac{\omega l_d}{c_0} - \frac{c_0 S_0}{\omega V_0} \right)$ уравнение частот колебаний запишем в виде:

$$\omega = \omega_0 \left[1 + \frac{V_0/V}{1 - (\omega/\omega_{0,0})^2} \right]^{-1/2} \quad (6.2)$$

В этом выражении ω_0 – собственная частота резонатора Гельмгольца, состоящего из камеры сгорания и горла, которая определяется по формуле

$\omega = c_{2,0} \left(\frac{S}{l^* V} \right)^{1/2}$, $\omega_{0,0}$ – собственная частота многоканальной горелки, которая также является резонатором Гельмгольца:

$$\omega_{0,0} = c_1 [S_0 / (l_b V_0)]^{1/2}$$

При $c_2/c_1 = 2,5$, $V_0/V = 0,5$, $l_b/l = 0,02$, $S_0 \approx S$, что соответствует экспериментальной камере сгорания, $\omega/\omega_{0,0}$ – величина порядка 0,25. Пренебрегая квадратом отношения частот в выражении (6.2), получим формулу:

$$\omega \approx \omega_0 [1 + V_0/V]^{-1/2}$$

Наличие многоканальной горелки приводит к уменьшению частоты колебаний, которая была бы при отсутствии входного устройства. При $V_0/V \ll 1$ частота колебаний будет близка к ω_0 . Это подтверждает сделанное выше предположение о доминирующем влиянии на частоту колебаний объема камеры сгорания и параметров горла.

С учетом влияния колебаний скорости тепловыделения частота колебаний определяется из уравнения

$$\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} X_{2,0} + (1 + B_0 X_u) X_{0,0} Y_{0,0}^{-2} - B_0 Y_u Y_{0,0}^{-1} = 0;$$

$$\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} + (1 + B_0 X_u) Y_{0,0}^{-1} - Y_V^{-1} = 0.$$

. Функции $Y_{0,0}$ и Y_V находятся

из формул
$$Y_{0,0} = -\operatorname{Im}\left(\frac{p'_0}{u'_0}\right) = \rho_0 c_0 \left(\frac{\omega l_a}{c_0} - \frac{c_0 S_0}{\omega V_0} \right),$$

$\varepsilon_0^{-1} Z_{2,0}^{-1} + (1 + B_0 K_u) Z_{0,0}^{-1} = B_0 K_p - i Y_V^{-1}$. $Y_V = \frac{\rho_{1,0} c_0^2 S_0}{\omega V}$. Из выражения для импеданса горла $Z_{2,0}$ с учетом концевой поправки, $Y_{2,0} = \rho_{2,0} \omega l^*$. В рассматриваемом случае $B_0 = (B-1)U_{b,0}/Q_0$, $K_u = nK_L$, $Q_0 = nQ_{b,0}$.

Тогда $B_0 \bar{X}_u = (B-1)\bar{X}_L$, где \bar{X}_L – действительная часть передаточной

функции пламени
$$\bar{K}_L = \frac{2(1 - \cos \omega \bar{\tau})}{(\omega \bar{\tau})^2} \exp(-i\omega \bar{\tau})$$
. С учетом сделанных замечаний и полученного в главе 3 равенства $\rho_{1,0} c_l = \rho c$, второе из уравнений

$$\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} X_{2,0} + (1 + B_0 X_u) X_{0,0} Y_{0,0}^{-2} - B_0 Y_u Y_{0,0}^{-1} = 0$$

$$\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} + (1 + B_0 X_u) Y_{0,0}^{-1} - Y_V^{-1} = 0.$$

принимает вид:

$$\omega = \omega_0 \left[1 + \frac{V_0 [1 + (B-1)\bar{X}_u]}{V [1 - (\omega/\omega_{0,0})^2]} \right]^{-1/2}.$$

(6.3)

Если в этом выражении положить $\bar{X}_u = 0$, получается формула (6.2) для частот собственных колебаний. Так как действительная часть передаточной функции пламени зависит от частоты, уравнение (6.3) может быть решено только численными методами.

Амплитуда колебаний давления в камере сгорания вычисляется по той же

$$p_c = \frac{a_{c,L} - a_{l,L} - a_{v,L}}{a_{c,N} + a_{l,N}}$$

формуле, что и в трубе с многоканальной горелкой. Было показано, что при горении в трубе или камере сгорания, обладающей свойствами акустической емкости, выражение

$$A_c = \frac{(B-1)S_1 U_{1,0} p_*^2}{2Q_0} \left(\frac{|K_u|}{Y_1} \sin \omega \tau_u + |K_p| \cos \omega \tau_p \right).$$

для акустической мощности теплового источника одно и то же. Тогда в рассматриваемом случае

справедливы соотношения $A_c = (B-1)S_0 U_{b,0} (Q_0 Y_0)^{-1} p_c^2 |K_u| \sin(\omega \tau_u) / 2$,
 $a_{c,L} = S_0 (B-1) |\bar{K}_L| (2 \rho_{1,0} c_1 F_0)^{-1} \sin \omega \tau_u$,

$$a_{c,N} = S_0 (B-1) |\bar{K}_L| (2 \rho_{1,0} c_1 F_0)^{-1} b_N \sin \omega \tau_u .$$

Так как $\varphi_2 = -\omega l^* / c_2$, $b = 0$, $\beta = 1$, причем для устройств типа резонатора Гельмгольца $\varphi_2 \ll 1$, из первой формулы следует:

$$D_2 = (\rho_{2,0} c_2 |\sin \varphi_2|)^{-1} = (\rho_{2,0} \omega l^*)^{-1}$$

Газ в горле колеблется как твердое тело, т.е. амплитуда колебаний скорости потока одинакова во всех сечениях горла.

Были выполнены расчеты применительно к описываемой экспериментальной установке (рис. 1, 2). Камера сгорания была неохлаждаемой, скорость истечения смеси из горелки была невелика, поэтому с учетом выражения (4.8) время запаздывания горения вычислялось по формуле:

$$\tau_u = 0,3 \left\{ r_b / (U_n) \left[1 - (U_n / U_{b,0})^2 \right] \right\}^{1/2}$$

В уравнение (6.3) входит скорость звука в горячем газе $c_2 = c_1 (T_{2,0} / T_{1,0})^{1/2} = B^{1/2} c_1$. Средняя температура $T_{2,0}$ зависит от температуры горения T и времени пребывания газа в камере сгорания. Для устройства с многоканальной горелкой процесс сгорания завершается на небольшом расстоянии от входа в емкость. За счет теплоотдачи к стенкам газ охлаждается, поэтому средняя температура в камере сгорания $T_{2,0} = \zeta T_c$. Измерения температуры газа на входе в горло для емкости $V = 5,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$, скоростей истечения смеси $1,0 = b U - 1,6 \text{ м/с}$ показали, что $\zeta = 0,27 + 0,1 U_{b,0}$.

На рис. 3, 4 представлены экспериментальные точки и теоретические зависимости частоты и амплитуды колебаний давления от коэффициента избытка воздуха. При $V = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$ колебания происходят в двух интервалах (кривые 3). Это связано с тем, что для значений α , близких к единице, нормальная скорость распространения пламени имеет максимальную величину,

а время запаздывания горения – минимальную. При достаточно низкой частоте $\omega\tau_{min} < \pi$ и вибрационное горение не наблюдается.

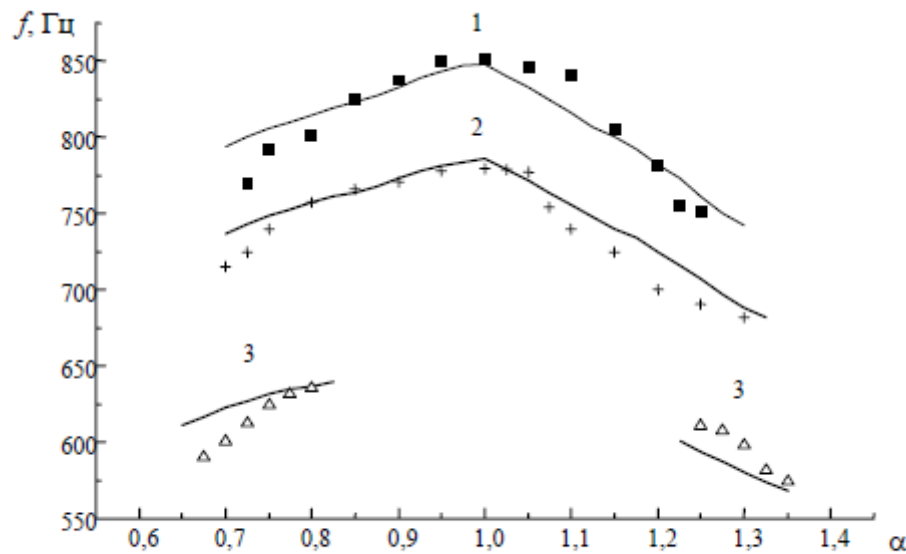
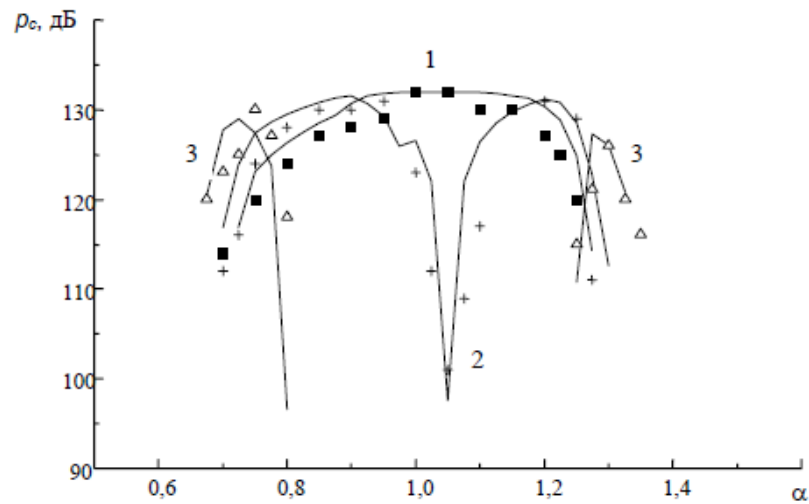


Рис. 3. Зависимости частоты автоколебаний от коэффициента избытка воздуха:
 $1 - V = 4,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$; $2 - V = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$; $3 - V = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$

Внутри каждого интервала амплитуда колебаний имеет максимум в средней части. Это объясняется тем, что поток акустической энергии, генерируемой процессом горения, прямо пропорционален $\sin\omega\tau$ и принимает максимальное значение в средней части интервала возбуждения. Уменьшение емкости резонатора приводит к повышению частоты, и как только $\omega\tau_{min}$ станет больше π , интервалы вибрационного горения сливаются в один (кривые 1, 2). Однако зависимость амплитуды колебаний сначала имеет минимум в средней части (рис. 4, кривая 2). При дальнейшем увеличении частоты $\omega\tau_{min}$ стремится к $\pi/2$, и зависимость выравнивается (рис. 4, кривая 1).



В заключение необходимо отметить, что результаты расчета и эксперимента количественно согласуются. При вычислении амплитуды колебаний давления было принято, что коэффициент нелинейности процесса горения $b_q' = 0,5 \text{ с/м}$.

Вопросы:

1. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в резонаторе Гельмгольца, их физическое объяснение.
2. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в установке типа емкость-труба, их физическое объяснение.

Тема 8. Пульсационное горение твердого топлива в трубе и установке типа емкость-труба.

Лекция 6

Аннотация Энергетическим методом исследуется процесс возбуждения колебаний газа в камерах сгорания типа резонатора Гельмгольца и емкость-труба. Описываются физические механизмы пульсационного горения в указанных установках.

Ключевые слова: источник энергии, температура, автоколебательная система вибрационное горение.

Методические рекомендации по изучению темы

- Тема содержит лекционную часть, где даются общие представления о предмете;
- В качестве самостоятельной работы нужно подготовиться к устному опросу;
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы к каждой лекции.
- Вопросы и задачи для самостоятельной работы должны быть оформлены в письменном виде. Оценка данной работы производится после устного собеседования студента с преподавателем.
- При выполнении самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультациями в установленное время.

Литература

Автоколебания газа в установка с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 121-129.

Глоссарий

Автоколебания — незатухающие колебания в диссипативной динамической системе с нелинейной обратной связью, поддерживающиеся за счёт энергии постоянного, то есть непериодического внешнего воздействия.

Вибрационное горение — вид неустойчивого горения, характеризующийся автоколебаниями газа в камере сгорания.

Граничные условия — дополнение к основному условию, задающее его поведение на границе рассматриваемой области.

Поток звуковой энергии, акустическая мощность — величина, равная отношению **звуковой энергии** dW , переносимой упругой средой через заданную поверхность, к интервалу времени dt , за который эта **энергия** переносится.

Вопросы для изучения:

1. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в резонаторе Гельмгольца, их физическое объяснение.
2. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в установке типа емкость-труба, их физическое объяснение.
3. Уравнение частот колебаний газа в рассмотренных системах.
4. Формула для амплитуды установившихся колебаний давления газа.

В предыдущем подразделе исследовалось вибрационное горение в устройстве типа емкость – труба при условии, когда длина трубы намного меньше длины волны. В этом случае колебания газа происходят так же, как и в резонаторе Гельмгольца. Газ в горле резонатора можно считать несжимаемым, и он совершает колебания как твердое тело. В длинных трубах распространение возмущений параметров среды носит волновой характер. Газ имеет возможность сжиматься не только в емкости, но и в самой трубе. Наличие акустической емкости уже не является обязательным условием, при котором возможен колебательный процесс. Например, если емкость достаточно большая, газ колеблется так же, как в трубе, открытой на концах. Однако такие колебания не возбуждаются, так как источник энергии расположен в емкости и практически не реагирует на волны, распространяющиеся в трубе. Автоколебания могут возникнуть только в том случае, когда газ в трубе колеблется как единое целое, т.е. так же, как и в резонаторе Гельмгольца. Если сокращать размеры емкости, то в конце концов она станет придатком трубы и получается цилиндрическая камера сгорания с многоканальной горелкой на входе (оба случая уже были рассмотрены).

Пусть размеры камеры сгорания таковы, что ее свойства аналогичны акустической емкости, и она активно влияет на колебания газа в трубе через граничное условие на ее входе. Поскольку ограничений на длину трубы не делается, дальнейший анализ будет проводиться с учетом градиентов температуры газа и скорости звука. Задача о собственных колебаниях газа в устройствах типа емкость – труба была решена в главе 2, получено уравнение

частот колебаний $\frac{b}{2\omega} + \beta \operatorname{tg} \varphi_2 + F^{-1} = 0$. Функция F , входящая в это уравнение, для камер сгорания с многоканальной горелкой на входе определяется

выражениями $F = \left(\frac{\omega V}{c_0 S} - \frac{\varepsilon_0}{\bar{Y}_{0,0}} \right) \frac{c_0}{c_{2,0}}, \quad \varepsilon_0 = \frac{S_0}{S}, \quad \bar{Y}_{0,0} = \frac{Y_{0,0}}{\rho_0 c_0}, \quad Y_{0,0} = -\operatorname{Im} \left(\frac{p'_0}{u'_0} \right) = \rho_0 c_0 \left(\frac{\omega l_d}{c_0} - \frac{c_0 S_0}{\omega V_0} \right)$,

. Так же, как в устройствах типа резонатора Гельмгольца, термодинамические параметры газа в емкости усредняются. Распределение скорости звука в трубе имеет вид $c_2(x) = c_{2,0} - bx$ ($c_{2,0}$ – средняя скорость звука в емкости, $c_{2,0} = a$) и с

учетом выражения (2.14) $\varphi_1 = 0;$
 $\varphi_2 = \frac{\omega \beta}{b} \ln \left(1 - \frac{bl^*}{a} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{b}{2\omega \beta} \right);$

В главе 3 было получено характеристическое уравнение $\varepsilon_0^{-1} Z_{2,0}^{-1} + (1 + B_0 K_u) Z_{0,0}^{-1} = B_0 K_p - i Y_V^{-1}, \quad Y_V = \frac{\rho_{1,0} c_0^2 S_0}{\omega V}$ задачи определения границ вибрационного горения в устройствах рассматриваемого типа. Для установок с многоканальной горелкой на входе $K_p = 0$, и мнимая часть характеристического

уравнения $\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} + (1 + B_0 X_u) Y_{0,0}^{-1} - Y_V^{-1} + B_0 Y_p = 0$. принимает вид:

$$\varepsilon_0^{-1} Y_{2,0}^{-1} + (1 + B_0 X_u) Y_{0,0}^{-1} - Y_V^{-1} = 0$$

(6.4)

Функции $Y_{0,0}$, Y_V определяются по формулам

$$Y_{0,0} = -\operatorname{Im}\left(\frac{p'_0}{u'_0}\right) = \rho_0 c_0 \left(\frac{\omega l_a}{c_0} - \frac{c_0 S_0}{\omega V_0} \right)$$

$$F = \frac{\omega V}{c_{2,0} S} - \frac{\varepsilon_0 c_0^2}{\omega l_0^* c_{2,0}}$$

С учетом выражений для акустических возмущений $u'_{2,0}$, $p'_{2,0}$,

использованных при выводе уравнения $\frac{S u'_{2,0}}{p'_{2,0}} = \frac{S_0 u'_0}{p'_0} - \frac{i \omega V}{\rho_0 c_0^2}$, импеданс $Y_{2,0}$ равен:

$$Y_{2,0} = \operatorname{Im}(p'_{2,0}/u'_{2,0}) = -\rho_{v,0} c_{2,0} [b/(2\omega) + \beta \operatorname{tg} \varphi_2] .$$

После подстановки перечисленных функций в выражение (6.4) и ряда преобразований, аналогичных тем, которые были сделаны при выводе уравнения (6.3), получаем уравнение для расчета частот колебаний, учитывающее влияние возмущений скорости тепловыделения:

$$\begin{aligned} b(2\omega)^{-1} + \beta \operatorname{tg} \varphi_2 + F_1^{-1} &= 0, \\ F_1 &= F - (B-1) \varepsilon_0 c_1 (c_{2,0} \bar{Y}_{0,0})^{-1} \bar{X}_u \end{aligned}$$

(6.5)

В отличие от уравнения $\frac{b}{2\omega} + \beta \operatorname{tg} \varphi_2 + F^{-1} = 0$ функция F_1 включает дополнительный член, содержащий действительную часть передаточной функции пламени.

Амплитуда колебаний давления в камере сгорания (емкости) вычисляется по формуле

$$p_c = \frac{a_{c,L} - a_{l,L} - a_{v,L}}{a_{c,N} + a_{l,N}} .$$

Горелочное устройство – прежнее, поэтому коэффициенты $a_{c,L}$, $a_{c,N}$ определяются по формулам

$$\begin{aligned} a_{c,L} &= S_0 (B-1) |\bar{K}_L| (2\rho_{1,0} c_1 F_0)^{-1} \sin \omega \tau_u , \\ a_{c,N} &= S_0 (B-1) |\bar{K}_L| (2\rho_{1,0} c_1 F_0)^{-1} b_N \sin \omega \tau_u \end{aligned}$$

Коэффициенты $a_{v,L}$, $a_{l,L}$, $a_{l,N}$ вычисляются из выражений (3.4), (3.7), (3.16) соответственно. Функции D_2 , D_l определяются соотношениями (3.10), а коэффициент b_l – по формуле

$$a_{l,L} = SX_{l,L} D_l^2 / 2, \quad X_{l,L} = \rho_{l,0} (\omega d / 4)^2 / c_l;$$

$$a_{l,N} = SD_l^3 b_l / 2, \quad b_l = \rho_{l,0} / 2.$$

Было проведено экспериментальное исследование вибрационного горения в установке, описанной в предыдущем разделе. Размеры входного устройства, внутренние диаметры емкости и трубы были те же. Объем камеры сгорания был постоянным: $V=2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$. Труба состояла из секций длиной 0,05 м, а для непрерывного изменения ее длины использовалась тонкостенная вставка длиной 0,06 м, плотно прилегающая к стенкам трубы. Методика измерений и обработки полученных данных была той же, что и в двух предыдущих случаях.

На рис. 5 представлены интервалы значений коэффициента избытка воздуха, при которых происходит самовозбуждение колебаний. Если труба короткая, вибрационное горение наблюдается в одном интервале (кривая 1). При $l=0,15 \text{ м}$ происходит разделение интервала возбуждения колебаний на две части и

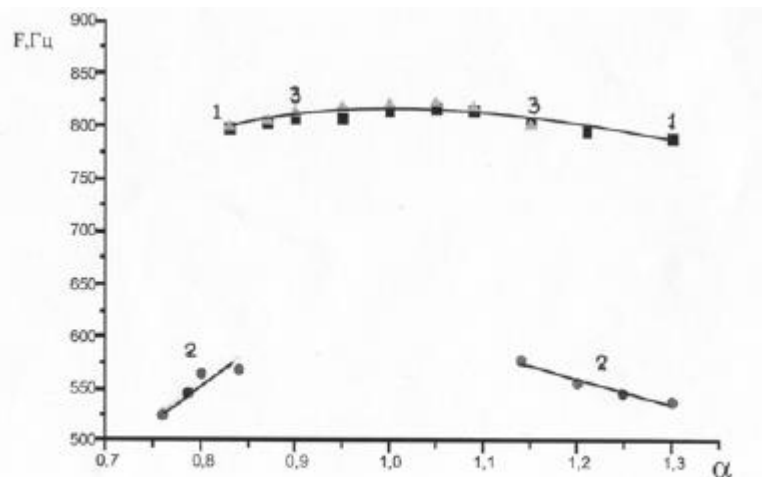


Рис. 5 Зависимости частоты автоколебаний от коэффициента избытка воздуха
1 – длина трубы $l=0.075 \text{ м}$; 2 – $l=0.15 \text{ м}$; 3 – $l=0.425 \text{ м}$

понижение частоты (кривые 2). Параметры установки и частоты колебаний таковы, что $\omega/c_{2,0} \ll 1$, как в устройстве типа резонатора Гельмгольца. Тогда из формулы (6.3) понятно, почему наблюдается понижение частоты колебаний. Анализ условий самовозбуждения колебаний, проведенный в лекции 5, объясняет причину разделения интервалов возбуждения вибрационного горения при уменьшении частоты колебаний.

Если бы при удлинении трубы характер колебаний газа оставался прежним, как в резонаторе Гельмгольца, уменьшение частот колебаний привело бы к смещению и исчезновению интервалов возбуждения. Других частот в резонаторах такого типа нет. Однако, когда длина трубы равнялась 0,425 м, наблюдалось вибрационное горение практически с той же частотой, что и в первом случае, но в несколько суженном интервале значений коэффициента избытка воздуха (кривая 3). Объясняется это тем, что резонатор, состоящий из емкости и трубы, имеет бесконечный ряд частот собственных колебаний. Если труба короткая, происходит возбуждение колебаний с первой наименьшей из частот, а вторая настолько высока, что условие возбуждения вибрационного горения (4.29) не выполняется, так как $\omega_2 \tau_{\min} > 2\pi$. При постоянном объеме емкости удлинение трубы приводит к понижению всех частот колебаний. Поэтому любое значение частоты может многократно повторяться. В рассматриваемом случае частота колебаний ω_1 , соответствующая длине трубы $l=0,075$ м, повторяется в качестве второй из частот для трубы длиной 0,425 м. Сокращение интервала возбуждения колебаний связано с тем, что в более длинных трубах пристеночные потери акустической энергии выше в соответствии с формулой (2.35), при условии, что остальные величины постоянны.

Были получены зависимости частоты и амплитуды колебаний давления в камере сгорания от длины трубы. Исследование вибрационного горения проводилось при постоянном составе смеси, соответствующем коэффициенту избытка воздуха $\alpha=1$. Автоколебания возникают, когда длина трубы достигает 0,05 м и прекращаются при $l = 0,1$ м (рис. 4.10, кривая 1). В интервале $0,1 < l < 0,32$ м вибрационное горение не наблюдается. Когда длина трубы становится равной 0,32 м, вновь происходит самовозбуждение колебаний, и режим вибрационного горения существует до тех пор, пока длина трубы не станет больше 0,45 м (кривая 2). Обе кривые соответствуют одному и тому же диапазону частоты колебаний. В интервале $0,05 < l < 0,1$ м причины самовозбуждения колебаний такие же, как в устройстве типа резонатора

Гельмгольца. При горении смеси постоянного состава время запаздывания горения не изменяется. За счет удлинения трубы первая частота уменьшается, и в соответствии с критерием возбуждения колебаний

$\pi \leq \omega \tau_u \leq 2\pi$ фазовый сдвиг $\omega_1 \tau_u$ изменяется от 2π до π .

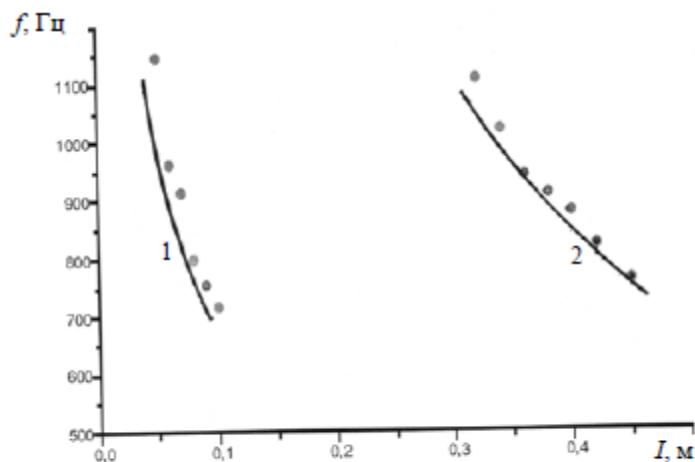


Рис. 6. Зависимости частоты автоколебаний от длины трубы при $\alpha=1$:
1 – первая частота; 2 – вторая частота; точки – эксперимент, линии – расчет

Дальнейшее увеличение длины трубы приводит к тому, что для первой из частот выполняется условие $\omega_1 \tau_u < \pi$. Для второй частоты при изменении длины трубы от 0,1 до 0,32 м условие имеет вид $\omega_2 \tau_u > 2\pi$. Поэтому критерий самовозбуждения колебаний газа для обеих частот не выполняется, и вибрационное горение отсутствует.

Когда длина трубы изменяется от 0,32 до 0,45 м вторая частота имеет значения, для которых условие возбуждения колебаний выполняется. Фазовый сдвиг $\omega_2 \tau_u$ уменьшается от 2π до π , и для трубы, длина которой более 0,45 м, автоколебания газа с первой и второй частотами больше не возникнут. Сравнение экспериментальных данных показывает, что кривая 2 соответствует более узкому диапазону частоты, чем кривая 1. Дело в том, что с учетом потерь акустической энергии условие возбуждения колебаний имеет вид неравенства (3.33). Так как акустическая энергия, генерируемая в зоне горения, пропорциональна $|\sin \omega \tau_u|$, а границы вибрационного горения за счет потерь сужаются, то

$$\pi < \omega \tau_{u,1} \leq \omega \tau_u \leq \omega \tau_{u,2} < 2\pi .$$

(6.6)

Для первой частоты граничные значения фазового сдвига равны $\omega_{1,1}\tau_{u,1}$, $\omega_{1,2}\tau_{u,2}$. В более длинных трубах пристеночные потери выше и интервал возбуждения сокращается. Так как граничные значения времени запаздывания горения для смеси постоянного состава не меняются, граничными значениями второй частоты будут $\omega_{2,1} > \omega_{1,1}$, $\omega_{2,2} < \omega_{1,2}$.

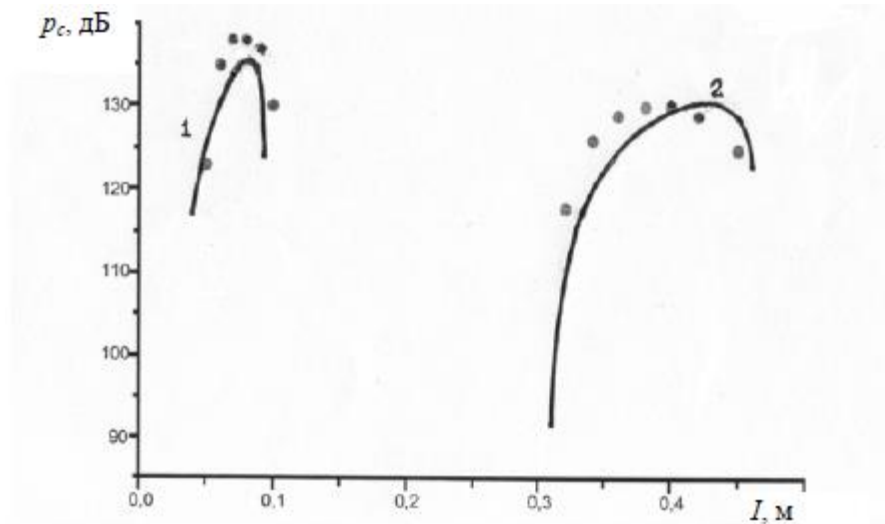


Рис. 7. Зависимости амплитуды установившихся колебаний давления от длины трубы (обозначения см. рис. 4.10)

Зависимости амплитуды колебаний давления в камере сгорания от длины трубы (рис. 7) имеют максимумы в средней части. Объясняется это зависимостью акустической энергии, генерируемой в зоне горения, от $\omega\tau_u$. Внутри интервала, соответствующего вибрационному горению, имеется значение длины трубы и частота, для которых акустическая мощность источника энергии автоколебаний максимальна, т.е. условия для самовозбуждения колебаний наиболее благоприятные. Максимум кривой 2 расположен ниже, чем у первой кривой, что так же, как сокращение интервала частот возбуждаемых колебаний, можно объяснить увеличением пристеночных потерь при удлинении трубы.

На рис. 4.10, 4.11 представлены также зависимости частоты и амплитуды колебаний давления от длины трубы описанной экспериментальной установки, полученные в результате расчетов. Методика вычислений была та же, что и в предыдущих случаях. Частоты колебаний определялись из уравнения (6.5), амплитуда колебаний давления в камере сгорания вычислялась по формуле

$$p_c = \frac{a_{c,L} - a_{l,L} - a_{v,L}}{a_{c,N} + a_{l,N}}$$

с учетом сделанных ранее замечаний. Выражения для коэффициентов, входящих в распределение скорости звука по длине трубы, значение коэффициента нелинейности процесса горения b_q , были такие же, как и при исследовании вибрационного горения в трубе с многоканальной горелкой. Сравнение результатов расчета и эксперимента показывает, что они количественно согласуются.

Измерения показали, что при вибрационном горении смесей, состав которых отличается от стехиометрического, характер зависимостей частоты и амплитуды колебаний давления от длины трубы тот же. Однако происходит смещение границ интервалов возбуждения колебаний и максимумов давления в сторону более длинных труб. Для значений коэффициента избытка воздуха, отличающихся от единицы, нормальная скорость распространения пламени будет меньше, а время запаздывания горения – больше. В соответствии с условием (6.6) граничные значения частоты колебаний должны быть меньше, чем в предыдущем случае. Увеличение длины трубы как раз и дает требуемое понижение частот колебаний.

Говоря о вибрационном горении в устройствах, состоящих из емкости и трубы, необходимо сделать одно замечание. Условие $l/\lambda \ll 1$, при котором получается резонатор Гельмгольца, является слишком неопределенным. Можно провести сравнение частот, получаемых из уравнения (6.5) и формулы (6.3), и определить длину трубы, для которой разница частот будет соответствовать некоторой заданной степени приближения. Аналогичная ситуация возникла при оценке толщины пограничного слоя, в котором теоретическое распределение скорости потока имеет асимптотический характер. В зависимости от того, насколько скорость на границе слоя отличается от значения в основном потоке, получаются различные коэффициенты в формуле, определяющей толщину пограничного слоя. И только введение «толщины вытеснения» позволило устранить эти трудности. Чтобы избежать подобных осложнений, предлагается

использовать уравнения (6.4), (6.5), которые дают достаточно точные результаты, не требуя никаких ограничений для длины трубы.

В заключение отметим, что в данной главе были рассмотрены установки с одинаковыми горелочными устройствами и механизмом обратной связи автоколебаний. Результаты исследований показали, что влияние параметров, определяющих процесс горения, и частоты колебаний газа на границы вибрационного горения и амплитуду установившихся колебаний имеет одинаковый характер. Тип устройства имеет значение при выборе уравнения, из которого вычисляется частота колебаний. Результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными, что свидетельствует об эффективности применения комбинированного метода для исследования автоколебаний газа в установках с горением.

Вопросы:

1. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в резонаторе Гельмгольца, их физическое объяснение.
2. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в установке типа емкость-труба, их физическое объяснение.
3. Уравнение частот колебаний газа в рассмотренных системах.
4. Формула для амплитуды установившихся колебаний давления газа.

Тема 9. Обобщенная теоретическая модель автоколебаний газа в установках с горением.

Лекция 7

Аннотация: Дается обоснование выбора принципиальной схемы устройства, позволяющего разработать обобщенную модель пульсационного горения. Доказывается, что соотношения, описывающие пульсационное горение в типовых установках, являются частными случаями созданной модели.

Ключевые слова: источник энергии, температура, автоколебательная система, вибрационное горение.

Методические рекомендации по изучению темы

- Тема содержит лекционную часть, где даются общие представления о предмете;
- В качестве самостоятельной работы нужно подготовиться к устному опросу;
- Для проверки усвоения темы имеются вопросы к каждой лекции.
- Вопросы и задачи для самостоятельной работы должны быть оформлены в письменном виде. Оценка данной работы производится после устного собеседования студента с преподавателем.
- При выполнении самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультациями в установленное время.

Литература

Автоколебания газа в установках с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 152-164.

Глоссарий

Автоколебания — незатухающие колебания в диссипативной динамической системе с нелинейной обратной связью, поддерживаемые за счёт энергии постоянного, то есть непериодического внешнего воздействия.

Вибрационное горение — вид неустойчивого горения, характеризующийся автоколебаниями газа в камере сгорания.

Граничные условия — дополнение к основному условию, задающее его поведение на границе рассматриваемой области.

Поток звуковой энергии, акустическая мощность — величина, равная отношению **звуковой энергии** dW , переносимой упругой средой через заданную поверхность, к интервалу времени dt , за который эта **энергия** переносится.

Вопросы для изучения:

1. Обобщенная принципиальная схема устройства пульсационного горения.
2. Вывод обобщенного уравнения частот колебаний газа.
3. Вывод обобщенной формулы для амплитуды установившихся колебаний давления газа.

С целью получения более общих результатов предлагается устройство, состоящее из двух последовательно соединенных труб (рис. 7.1). Выбор сделан из тех соображений, что обобщенная модель должна учитывать основные признаки камер сгорания промышленных энергетических установок, а с акустической точки зрения — обладать свойствами основных типов колебательных систем.

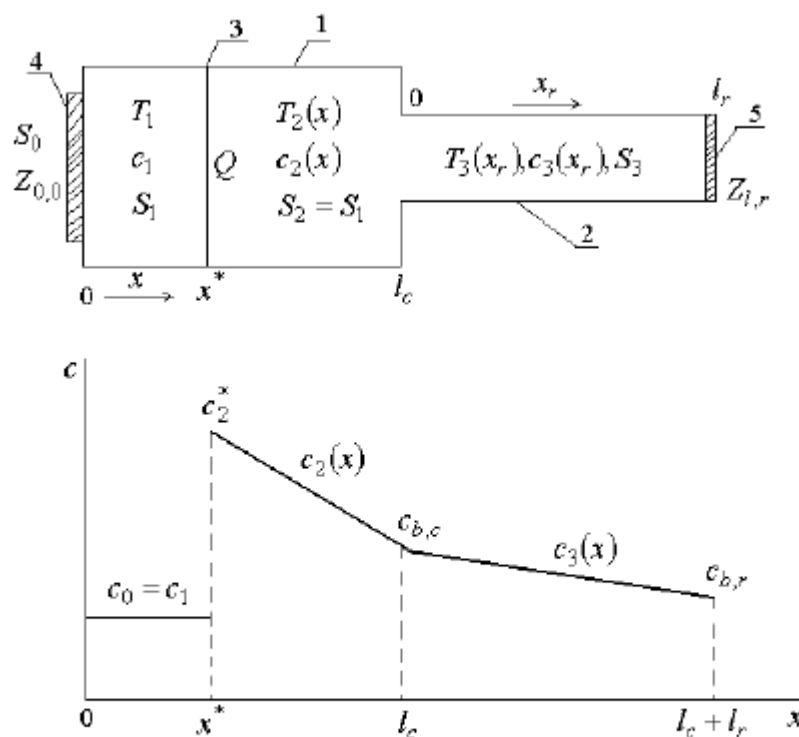


Рис. 7.1 Обобщенная модель устройства вибрационного горения: 1 – камера сгорания; 2 – резонансная труба; 3 – плоскость теплоподвода; 4 – входное устройство; 5 – выходное устройство

Нетрудно убедиться, что предлагаемая принципиальная схема имеет достаточно высокую степень общности. Прежде всего, это модель генератора горячего газа и трубы Шмидта, в которых резонансная труба необходима для ускорения продуктов сгорания. Если, например, Z_r – импеданс ускоряющего сопла, расположенного на конце первой трубы, получается модель камер сгорания ЖРД и ВРД. Поскольку импеданс входного устройства не конкретизируется, размеры труб – произвольные, схема отражает основные характерные признаки других камер сгорания, устройств вибрационного горения полезного назначения и лабораторных установок для проведения физических экспериментов.

В зависимости от геометрических параметров труб возможны следующие частные случаи:

1. В отсутствие резонансной трубы, а также при равенстве поперечных сечений камеры сгорания и резонансной трубы получается однотрубная модель.

2. Если первая труба намного шире второй, длина камеры сгорания мала по сравнению с длиной волны, колебательное движение в камере можно не учитывать. В этом случае имеем устройство емкость – труба.

3. При выполнении условий, указанных в п. 2, а также, если длина резонансной трубы намного меньше длины волны, модель принимает вид резонатора Гельмгольца.

Получим соотношения, определяющие границы вибрационного горения, частоту и амплитуду колебаний газа. Уравнение собственных частот колебаний (2.13) с учетом переобозначений имеет вид:

$$-\frac{b_2}{2\omega} + \beta_2 \left[\frac{\omega\beta_2}{b_2} \ln \left(1 - \frac{b_2 x^*}{a_2} \right) - \varphi_2 \right] + \frac{c_2^*}{c_1} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega x^*}{c_1} + \varphi_1 \right) = 0$$

(7.1)

С учетом формулы (2.12), а также граничных условий на входе в камеру сгорания:

$$Y_0 = i \frac{p'_1(0,t)}{u'_1(0,t)} = i \frac{p'_0 S}{u'_0 S_0} = i \varepsilon_0^{-1} Y_{0,0}, \quad \varphi_1 = \operatorname{arctg}(\varepsilon_0^{-1} Y_{0,0})$$

(7.2)

В главе 2 была получена формула, которая после введения новых индексов имеет вид:

$$\varphi_2 = \frac{\omega\beta_2}{b_2} \ln \left(1 - \frac{b_2 l_c}{a_2} \right) - \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{\beta_2} \left(\frac{b_2}{2\omega} + \frac{Y_{l,c}}{\rho_{l,c} c_{l,c}} \right) \right]$$

$$\rho_{2,0}(l_c) = \rho_{l,c}.$$

(7.3)

Для линейного распределения скорости звука в камере сгорания

$$c_2(x) = a_2 - b_2 x, \text{ с учетом формул } a = \frac{c_2^* l - c_{l,c} x^*}{l - x^*}, \quad b = \frac{c_2^* - c_{l,c}}{l - x^*}, \quad c_2^* = \left(\frac{T_2^*}{T_{1,0}} \right)^{1/2} c_1:$$

$$a_2 = \frac{c_2^* l_c - c_{l,c} x^*}{l_c - x^*}, \quad b_2 = \frac{c_2^* - c_{l,c}}{l_c - x^*}, \quad c_{l,c} = c_2(l_c)$$

(7.4)

Вторая труба заполнена горячим газом, выходящим из камеры сгорания. Предположим, что и в резонансной трубе скорость звука изменяется по линейному закону: $c_3(x_r)=a_3-b_3x_r$. Для этого распределения с учетом формул (7.3):

$$a_3=c_{l,c}=a_2-b_2l_c, \quad b_3=(a_2-b_2l_c-c_{l,r})/l_r, \\ c_{l,r}=c_3(l_r). \\ (7.5)$$

Акустические возмущения скорости и давления в резонансной трубе описываются выражениями (2.10), (2.11), в которых необходимо сделать соответствующие замены координаты и индексов. На стыке труб акустические возмущения газа, выходящего из камеры сгорания и входящего в резонансную трубу, связаны соотношениями:

$$p'_2(l_c, t) = p'_3(0, t), \quad S_c u'_2(l_c, t) = S_r u'_3(0, t)$$

Тогда мнимая часть импеданса на конце камеры сгорания

$$Y_{l,c} = -i \frac{S_c p'_3(0, t)}{S_r u'_3(0, t)} = -\rho_{3,0}(0) c_3(0) \varepsilon_r^{-1} \left(\frac{b_3}{2\omega} + \beta_3 \operatorname{tg} \varphi_3 \right) \\ (7.6)$$

После подстановки этой функции в выражение (5.3), имея ввиду, что $() ()$ $\rho_{3,0}(0) = \rho_{l,c}$, $c_3(0) = c_{l,c}$, получим:

$$\varphi_2 = \frac{\omega \beta_2}{b_2} \ln \left(1 - \frac{b_2 l_c}{a_2} \right) + \operatorname{arctg} \left\{ \frac{1}{\beta_2} \left[\varepsilon_r^{-1} \left(\frac{b_3}{2\omega} + \beta_3 \operatorname{tg} \varphi_3 \right) - \frac{b_2}{2\omega} \right] \right\} \\ (7.7)$$

Граничное условие на конце резонансной трубы имеет вид:

$$p'_3(l_r, t) = i Y_{l,r} u'_3(l_r, t)$$

Из него следует:

$$\varphi_3 = \frac{\omega \beta_3}{b_3} \ln \left(1 - \frac{b_3 l_r}{a_3} \right) - \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{\beta_3} \left(\frac{b_3}{2\omega} + \bar{Y}_{l,r} \right) \right],$$

$$\bar{Y}_{l,r} = Y_{l,r} / (\rho_{l,r} c_{l,r}), \quad \rho_{l,r} = \rho_{3,0}(l_r).$$

(7.8)

Итак, уравнение (7.1) с учетом формул (7.2), (7.6), (7.7) позволяет вычислить частоты собственных колебаний газа при любых размерах и условиях на входе и выходе из рассматриваемого устройства. Проведем анализ этого уравнения для некоторых частных случаев.

Пусть $l_r=0$, $S_r=S_c$, а $Y_{l,r}$ – мнимая часть импеданса отверстия. Тогда $\varepsilon_r=1$, $\rho_{l,r}=\rho_{l,c}$, $c_{l,r}=c_{l,c}$, а из формулы (7.8):

$$-\beta_3 \operatorname{tg} \varphi_3 = b_3 / (2\omega) + \bar{Y}_{l,r}$$

Из выражения (7.6) следует $Y_{l,c}=Y_{l,r}$, а уравнения (2.13) и (7.1) совпадают.

Это значит, что выражения

$$\beta \operatorname{tg} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{b}{2\omega \beta} \right) - \frac{\omega \beta}{b} \ln \left(1 - \frac{b l^*}{c_2^*} \right) \right] = \frac{b}{2\omega} + \sqrt{B} \left(\frac{c_1 S}{\omega V_0} - \frac{S \omega l_b}{S_0 c_1} \right).$$

и

$$\frac{b}{2\omega} - \beta \operatorname{tg} \left[\frac{\omega \beta}{b} \ln \left(\frac{a - b x^*}{a - b l^*} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{b}{2\beta \omega} \right) \right] + \frac{c_2^*}{c_1} \operatorname{ctg} \left(\frac{\omega x^*}{c_1} \right) = 0$$

являются частными случаями уравнения (7.1).

Предположим, что размеры труб соответствуют условиям:

$$\omega l_c / c_2^* \ll 1, \quad S_r / S_c \ll 1.$$

(7.9)

В главе 3 было показано, что при условии малой протяженности области теплоподвода по сравнению с длиной звуковой волны получается плоскость теплоподвода, положение которой в реальной области не имеет значения. Первое из условий (7.9) означает, что длина всей камеры сгорания намного меньше длины волны. Поэтому положение зоны горения в первом приближении можно выбирать произвольно.

Пусть зона горения расположена в начале камеры сгорания. Полагая в уравнении (5.19) $x^*=0$, имеем:

$$\frac{b_2}{2\omega} + \beta_2 \operatorname{tg} \varphi_2 - \frac{c_2^*}{c_1} \operatorname{tg} \varphi_1 = 0 \quad (7.10)$$

Из формулы (7.4) при $x^*=0$ следует: $a_2=c_2^*$, $b_2(c_2^* - c_{l,c})/l_c$. Тогда для короткой камеры сгорания:

$$\frac{b_2 l_c}{c_2^*} = \frac{c_2^* - c_{l,c}}{c_2^*} \ll 1.$$

Разлагая логарифмическую функцию, входящую в первое слагаемое выражения (7.7), в ряд и ограничившись первым приближением, получим: $-\omega l_c / c_2^*$, что является величиной первого порядка малости, имея в виду условие (7.8). Далее определим $\operatorname{tg} \varphi_2$ и подставим в уравнение (7.10). В полученном выражении можно пренебречь членом, содержащим $\omega l_c / c_2^*$, сохранив выражение, в которое входит произведение $\varepsilon_r^{-1}(\omega l_c - c_2^*)$ – с учетом второго условия (7.9). После преобразований получим:

$$\frac{b_3}{2\omega} + \beta_3 \operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{\varepsilon_r c_2^* \operatorname{tg} \varphi_1}{c_1 \left[\frac{\omega l_c}{c_2^*} \left(\frac{b_c}{2\omega} - \frac{c_2^*}{c_1} \operatorname{tg} \varphi_1 \right) + 1 \right]}. \quad (7.11)$$

Первый и второй члены в квадратных скобках с учетом формулы (7.2) принимают вид:

$$\frac{b_2 l_c}{2c_2^*}, \quad \frac{\omega l_c}{c_1} \varepsilon_{0,c}^{-1} Y_{0,0}.$$

При условии $\varepsilon_{0,c} = S_0/S_c \ll 1$, первым слагаемым в знаменателе выражения (7.11) можно пренебречь. Вводя объем камеры сгорания $V = l_c S_c$, получаем окончательно:

$$\frac{b_3}{2\omega} + \beta_3 \operatorname{tg} \varphi_3 + F_r^{-1} = 0;$$

$$F_r = \left(\frac{\omega V}{c_1 S_r} - \frac{\varepsilon_{0,r}}{\bar{Y}_{0,0}} \right) \frac{c_1}{c_2^*}, \quad \varepsilon_{0,r} = \frac{S_0}{S_r}, \quad \bar{Y}_{0,0} = \frac{Y_{0,0}}{\rho_{1,0} c_1}$$

Используя выражения для акустических возмущений (2.1), (2.10), (2.11), формулы $Y_{l,*} = -\operatorname{Im}(p'_{l,*}/u'_{l,*})$, $Y_{2,*} = \operatorname{Im}(p'_{2,*}/u'_{2,*})$, $B_0 X_u = (B-1)X_u$, индексы принятые в данной главе, получим:

$$\left[1 + (B-1)\bar{X}_u \right] \left\{ -b_2/(2\omega) + \beta_2 \operatorname{tg} \left[(\omega \beta_2 / b_2) \ln(1 - b_2 x^* / a_2) - \varphi_2 \right] \right\} + \\ + (c_2^* / c_1) \operatorname{tg}(\omega x^* / c_1 + \varphi_1) = 0$$

При $\bar{X} = 0$ это выражение совпадает с уравнением (7.1). Рассмотрим задачу определения границ вибрационного горения и амплитуды установившихся колебаний. В изучаемом устройстве источник энергии автоколебаний один и расположен в камере сгорания. Общие потери акустической энергии складываются из энергии, поглощаемой в системе подачи, излучаемой на конце резонансной трубы и пристеночных потерь в обеих трубах. Энергетическое условие $A_c = A_d$, соответствующее установившимся колебаниям, запишем в виде:

$$A_c = A_{v,c} + A_{v,r} + A_{0,c} + A_{l,r}.$$

(7.12)

Воспользуемся результатами, полученными в лекции 6. Пристеночные потери в первой трубе определяются выражениями (3.3), (3.4), в которых сделана замена некоторых индексов:

$$A_{cv}^{(L)} = a_{v,c}^{(L)} p_c^2.$$

(7.13)

Резонансная труба заполнена горячим газом, скачка температуры нет, поэтому можно использовать первую из формул (3.10), изменив индексы:

$$A_{v,r}^{(L)} = a_{v,3}^{(L)} p_{3,0}^2, \quad p_{3,0} = |p_3'(0, t)|.$$

Из граничного условия на стыке труб следует:

$$p_{3,0} = |p_2'(l_c, t)| = p_{l,c}.$$

С учетом выражения (2.11) амплитуды колебаний давления на входе в резонансную трубу и в зоне горения связаны соотношением $p_{l,c} = D_{c,r} p_c$:

$$D_{c,r} = \frac{\rho_{l,c} c_{l,c} (1 - b_2 l_c / a_2)^{1/2} |b_2 (2\omega)^{-1} \cos \varphi_{2,l} + \beta_2 \sin \varphi_{2,l}|}{\rho_2^* c_2^* (1 - b_2 x^* / a_2)^{1/2} |b_2 (2\omega)^{-1} \cos \varphi_2^* + \beta_2 \sin \varphi_2^*|}, \quad (7.14)$$

где функции φ_2^* , $\varphi_{2,l}$ определяются по формулам, приведенным после выражений (3.3), (3.6) соответственно.

Тогда для пристеночных потерь в резонансной трубе (7.11) получим:

$$A_{v,r}^{(L)} = a_{v,r}^{(L)} p_c^2, \quad a_{v,r}^{(L)} = a_{v,3}^{(L)} D_{c,r}^2$$

Потери, вызванные прохождением звука в систему подачи, определяются выражениями (3.8), (3.17), в которых вместо величин A_0 , $a_{0,L}$, $a_{0,N}$, S надо записать $A_{0,c}$, $a_{0,c}^{(L)}$, $a_{0,c}^{(N)}$, S_c соответственно.

Определим потери акустической энергии, обусловленные излучением звука на конце резонансной трубы. Амплитуда колебаний скорости потока на конце резонансной трубы связана с амплитудой колебаний давления в начале трубы соотношением:

$$u_{l,r} = |u'_3(l_r, t)| = D_{l,r} p_{3,0},$$

где с учетом новых индексов из второй формулы (3.10):

$$D_{l,r} = \frac{|\cos \varphi_{3,l}| (1 - b_3 l_r / a_3)^{1/2}}{\rho_{l,c} c_{l,c} |b_3 (2\omega)^{-1} \cos \varphi_3 + \beta_3 \sin \varphi_3|}; \quad (7.15)$$

$$\varphi_{3,l} = \varphi_3 - (\omega \beta_3 / b_3) \ln(1 - b_3 l_r / a_3). \quad (7.16)$$

Потери акустической энергии на конце резонансной трубы с учетом нелинейного характера излучения звука определяются выражениями типа (3.7), (3.16), в которых надо заменить $A_{l,L}$, p_c , $a_{l,L}$, S , $X_{l,L}$, D_l , A_l , X_l , u_b , $a_{l,N}$, b_l на $A_{l,r}^{(L)}$, $p_{3,0}$, $a_{l,r}^{(L)}$, S_r , $X_{l,r}^{(L)}$, $D_{l,r}$, $A_{l,r}$, $X_{l,r}$, $u_{l,r}$, $a_{l,r}^{(N)}$, $b_{l,r}$ соответственно.

Переходя к амплитуде колебаний давления в зоне горения по формуле (7.13), получим:

$$A_{l,r} = (a_{l,r}^{(L)} + a_{l,r}^{(N)} p_c) p_c^2;$$

$$a_{l,r}^{(L)} = S_r X_{l,r}^{(L)} (D_{l,r} D_{c,r})^2 / 2, \quad a_{l,r}^{(N)} = S_r (D_{l,r} D_{c,r})^3 b_{l,r} / 2.$$

(7.17)

После подстановки величин A_c , $A_{v,c}$, $A_{v,r}$, $A_{0,c}$, $A_{l,r}$ в условие энергетического баланса (7.11) получим выражение, определяющее амплитуду колебаний давления в зоне горения:

$$p_c = \frac{a_c^{(L)} - a_{v,c}^{(L)} - a_{v,r}^{(L)} - a_{0,c}^{(L)} - a_{l,r}^{(L)}}{a_c^{(N)} + a_{0,c}^{(N)} + a_{l,r}^{(N)}}.$$

(7.18)

Эта формула является обобщением выражения (7.11), полученного для устройства, имеющего одну трубу – камеру сгорания. Уравнение, описывающее границы вибрационного горения, получается из выражения (7.18) при условии $p_c=0$:

$$a_c^{(L)} - a_{v,c}^{(L)} - a_{v,r}^{(L)} - a_{0,c}^{(L)} - a_{l,r}^{(L)} = 0$$

(7.19)

Возьмем частный случай: $l_r=0$, $S_c = S_r = S$, камера сгорания на выходе открыта, звуковые волны в систему подачи не проникают. $a_{0,c}^{(L)} = 0 = a_{0,c}^{(N)}$; по формулам (7.7), (7.5), (7.6):

$$\varphi_3 = -\arctg[(b_3(2\omega)^{-1} + \bar{Y}_{l,r}) / \beta_3], \quad \varphi_{3,l} = \varphi_3,$$

$$D_{l,r} = (\rho_{l,c} c_{l,c} | \bar{Y}_{l,r} |)^{-1} = | Y_{l,r}^{-1} | = | Y_{l,c}^{-1} |.$$

Из выражения (7.6) следует:

$$\varphi_2 = (\omega \beta_2 / b_2) \ln(1 - b_2 l_c / a_2) - \arctg[(b_2(2\omega)^{-1} + \bar{Y}_{l,c}) / \beta_2],$$

что совпадает с формулой, полученной в лекции 2, для трубы длиной l_c .

С учетом выражения (7.13), имея в виду, что $|Y_{l,c}| = p_{l,c}/u_{l,c}$, где $u_{l,c} = |u'_2(l_c, t)|$ и определяется в соответствии с формулой (2.10), получим:

$$D_{l,r} D_{c,r} = \frac{p_{l,c}}{p_c |Y_{l,c}|} = \frac{u_{l,c}}{p_c} = D_{l,c},$$

что совпадает с выражением (3.6) для трубы длиной l_c . Тогда из формул (7.17) следует:

$$a_{l,r}^{(L)} = a_{l,c}^{(L)}, \quad a_{l,r}^{(N)} = a_{l,c}^{(N)}$$

С учетом сделанных замечаний формула (7.18) принимает вид:

$$p_c = \frac{a_c^{(L)} - a_{v,c}^{(L)} - a_{l,c}^{(L)}}{a_c^{(N)} + a_{l,c}^{(N)}}. \quad (7.20)$$

После согласования индексов полученное выражение совпадает с

формулой $p_c = \frac{a_{c,L} - a_{l,L} - a_{v,L}}{a_{c,N} + a_{l,N}}$ для трубы с произвольным расположением зоны горения, в том числе для трубы с многоканальной горелкой на входе.

Уравнение границ вибрационного горения (7.19) имеет вид:

$$a_c^{(L)} = a_{v,c}^{(L)} + a_{l,c}^{(L)}$$

и отличается только формой записи индексов от равенства, полученного из выражения (5.14) при исследовании условий самовозбуждения колебаний газа в трубе при горении за стабилизатором пламени.

Рассмотрим второй пример, соответствующий условиям (7.18). Как и ранее, считаем, что потери акустической энергии на входе в первую трубу отсутствуют. Уже отмечалось, что в короткой камере сгорания положение плоскости теплоподвода не имеет значения в первом приближении. Положим $x^* = l_c$, тогда $\varphi_2^* = \varphi_{2,l}$. С учетом зависимостей плотности газа и скорости звука

от температуры $(\rho_{l,c} c_{l,c}) / (\rho_2^* c_2^*) = c_2^* / c_{l,c}$ – величина порядка единицы.

Следовательно, в соответствии с формулами (7.13), (7.17):

$$D_{c,r} \approx 1,$$

$$a_{l,r}^{(L)} = S_r X_{l,r}^{(L)} D_{l,r}^2 / 2, \quad a_{l,r}^{(N)} = S_r D_{l,r}^3 b_{l,r} / 2$$

Сравним пристеночные потери в трубах. В соответствии с формулой (2.18):

$$\frac{A_{v,c}}{A_{v,r}} \sim \frac{R_c l_c |u'_2(l_c, t)|}{R_r l_r |u'_3(0, t)|}$$

В рассматриваемом случае $l_c/\lambda \ll 1$, $l_r \sim \lambda$. Тогда с учетом граничного условия на стыке труб:

$$A_{v,c}/A_{v,r} \sim (l_c/l_r)(R_r/R_c),$$

т.е. пристеночными потерями в камере сгорания можно пренебречь.

Приравнявая нулю $a_{v,c}^{(L)}$, $a_{0,c}^{(L)}$, $a_{0,c}^{(N)}$, из формулы (7.18) получим

$$p_c = \frac{a_c^{(L)} - a_{v,r}^{(L)} - a_{l,r}^{(L)}}{a_c^{(N)} + a_{l,r}^{(N)}}.$$

После соответствующей корреляции индексов это выражение совпадает с формулой для амплитуды колебаний давления в установках типа емкость – труба, которые исследовались в главе 4. В заключение рассмотрим устройство, представляющее интерес для дальнейших экспериментальных и теоретических исследований. Горение происходит на входе в первую трубу, где расположена многоканальная горелка. Продукты сгорания выводятся через вторую, более узкую трубу, открытую на конце. Полагая в уравнении частот колебаний (7.1) $x^*=0$, получим:

$$b_2(2\omega)^{-1} + \beta_2 \operatorname{tg} \varphi_2 - (c_2^*/c_1) \operatorname{tg} \varphi_1 = 0, \quad \varphi_1 = \operatorname{arctg}(F_0 S_c / S_r);$$

функция F_0 была определена при выводе уравнения (4.20).

$$\beta \operatorname{tg} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{b}{2\omega\beta} \right) - \frac{\omega\beta}{b} \ln \left(1 - \frac{bl^*}{c_2^*} \right) \right] = \frac{b}{2\omega} + \sqrt{B} \left(\frac{c_1 S}{\omega V_0} - \frac{S\omega l_b}{S_0 c_1} \right).$$

Вторая труба открыта на конце и можно заменить реальную длину на эффективную. С учетом формулы (2.14)

$$\varphi_3 = (\omega\beta_3/b_3) \ln(1 - b_3 l_r^*/a_3) - \arctg[b_3/(2\omega\beta_3)].$$

Выражение (7.16) для функции φ_2 сохраняет свой вид.

Амплитуда колебаний давления может быть найдена по формуле (7.20).

Числитель выражения (7.13) остается без изменений. В знаменателе необходимо положить

$$x^* = 0, \quad \varphi_2^* = \varphi_2$$

и воспользоваться полученными формулами для коэффициентов, входящих в выражение (7.20).

С целью упрощения расчетов можно использовать один общий для всей установки градиент скорости звука, который определяется для значений температуры горения и температуры газа на выходе из резонансной трубы. В этом случае:

$$b_2 = b_3 = (c_2^* - c_{l,r})/(l_c + l_r), \quad \beta_2 = \beta_3, \quad a_2 = c_2^*,$$

$$a_3 = c_{l,c} = c_2^* - b l_c = c_2^* (l_r/l_c + c_{l,r}/c_2^*)/(1 + l_r/l_c).$$

Итак, уравнения (7.1), (7.19) и формула (7.18) дают результаты, соответствующие всем рассмотренным типовым устройствам. Поэтому нет необходимости начинать исследование вибрационного горения в какой-нибудь установке с выяснения, какого она типа. Тем более, что это связано с неопределенностью количественной оценки условия $l_c/\lambda \ll 1$, о чем говорилось в лекции 6 при сравнении устройств типа емкость – труба и резонатора Гельмгольца. Кроме того, в общем случае такая же неопределенность возникает при оценке условия $Sr/Sc \ll 1$. Полученные обобщенные выражения (7.1), (7.16), (7.17) позволяют избежать указанных затруднений.

Вопросы:

1. Обобщенная принципиальная схема устройства пульсационного горения.
2. Вывод обобщенного уравнения частот колебаний газа.
3. Вывод обобщенной формулы для амплитуды установившихся колебаний давления газа.

Информационные источники

Основная литература:

1. Автоколебания газа в установке с горением. В.М. Ларионов, Р.Г. Зарипов / Изд-во казан. гос. техн. ун-та, 2003.
2. Теория термических автоколебаний. Р.Г. Галиуллин, И.П. Ревва, Г.Г. Халимов / Издательство казанского университета, 1982.
3. Вибрационное горение. Б.В. Раушенбах / Издательство казанского университета, 1982.

Дополнительная литература:

4. Автоколебательные системы. Теодорчик К.Ф. / М.;Л.: ГИТТЛ, 1952. 271 с.
5. Физические основы рабочих процессов в камерах сгорания ВРД. Б.В. Раушенбах / М.: Машиностроение, 1964. 347с.
6. Термоакустическая устойчивость. К.И. Армаков / М.: Машиностроение, 1982, 261с.
7. Журнал «Авиационная техника»
8. Журнал «Физика горения и взрыва»
9. Акустический журнал

Интернет-ресурсы:

- 10.Официальный сайт журнала «Авиационная техника» - <http://kai.ru/aviatech/>
- 11.Официальный сайт журнала «Физика горения и взрыва» - <http://www.sibran.ru/journals/FGV>
- 12.Официальный сайт Акустического журнала http://www.akzh.ru/htm/1963_2.htm

Глоссарий

Автоколебания — незатухающие колебания в диссипативной динамической системе с нелинейной обратной связью, поддерживающиеся за счёт энергии постоянного, то есть непериодического внешнего воздействия.

Адиабатический, или **адиабатный процесс** (от др.-греч. ἀδιάβατος — «непроходимый») — термодинамический процесс в макроскопической системе, при котором система не обменивается теплотой с окружающим пространством.

Акустический импеданс - акустическое сопротивление среды, представляющее собой отношение комплексных амплитуд звукового давления к колебательной объёмной скорости.

Вибрационное горение — вид неустойчивого **горения**, характеризующий автоколебаниями газа в камере сгорания.

Волновое уравнение в математике — линейное гиперболическое дифференциальное уравнение в частных производных, задающее малые поперечные колебания тонкой мембраны или струны, а также другие колебательные процессы в сплошных средах (акустика, преимущественно линейная: звук в газах, жидкостях и твёрдых телах) и электромагнетизме (электродинамике). Находит применение и в других областях теоретической физики, например при описании гравитационных волн. Является одним из основных уравнений математической физики.

Вязкость (внутреннее трение) — одно из явлений переноса, свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой. В результате работа, затрачиваемая на это перемещение, рассеивается в виде тепла.

Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по синусоидальному или косинусоидальному закону.

Граничные условия — дополнение к основному условию, задающее его поведение на границе рассматриваемой области.

Горение — сложный физико-химический процесс превращения исходных веществ в продукты сгорания в ходе экзотермических реакций, сопровождающийся интенсивным выделением тепла. Химическая энергия, запасённая в компонентах исходной смеси, может выделяться также в виде теплового излучения и света. Светящаяся зона называется фронтом пламени или просто пламенем. **Идеальный газ** — математическая модель газа, в которой в рамках молекулярно-кинетической теории предполагается, что: 1) потенциальной энергией взаимодействия частиц, составляющих газ, можно пренебречь по сравнению с их кинетической энергией; 2) суммарный объём частиц газа пренебрежимо мал; 3) между частицами не действуют силы притяжения или отталкивания, соударения частиц между собой и со стенками сосуда абсолютно упруги; 4) время взаимодействия между частицами пренебрежимо мало по сравнению со средним временем между столкновениями.

Звуковая энергия - энергия колебаний частиц среды, переносящей звуковые волны; единица измерения в Международной системе единиц (СИ) — джоуль (Дж).

Критерий Рэлея – фазовое условие самовозбуждения термоакустических колебаний газа.

Профессор **Казимир Францевич ТЕОДОРЧИК** /1891-1968 гг./ плодотворно работал в Московском университете около пятидесяти лет, начиная с 1919 г. по 1968 г. Вся основная его педагогическая и научная деятельность связана с физическим факультетом МГУ.

К.Ф. Теодорчик один из создателей научной школы, разрабатывающей проблемы колебаний в нелинейных и линейных системах самой различной физической природы. Он был блестящим ученым, педагогом и лектором. Много сил и энергии уделял он подготовке и воспитанию высококвалифицированных научных кадров в различных областях физики и, особенно, в области физики колебаний и радиофизики.

К.Ф. Теодорчик работал в МГУ с 1919г., сначала на кафедре физики физико-математического факультета, затем на кафедре колебаний физического факультета МГУ, с момента её создания в 1931 г., до своей смерти в 1968 г. Семнадцать лет, с 1939 по 1956 гг., он заведовал этой кафедрой.

Нагреватель — устройство для нагревания (обогрева) чего-либо.

Поток звуковой энергии, акустическая мощность — величина, равная отношению звуковой энергии dW , переносимой упругой средой через заданную поверхность, к интервалу времени dt , за который эта энергия переносится.

Поток звуковой энергии, акустическая мощность — величина, равная отношению звуковой энергии dW , переносимой упругой средой через заданную поверхность, к интервалу времени dt , за который эта энергия переносится.

Резонатор — колебательная система, в которой происходит накопление энергии колебаний за счёт резонанса с вынуждающей силой. Обычно резонаторы обладают дискретным набором резонансных частот. В технике обычно встречаются резонаторы с колебанием электромагнитных или механических величин. Конструкция резонатора сильно зависит от его резонансных частот.

Резонатор Гельмгольца (акустический резонатор) — акустический прибор, сосуд сферической формы с открытой горловиной. Изобретен Гельмгольцем около 1850 г. для анализа акустических сигналов, теория разработана Г. Гельмгольцем и Дж. Рэлеем (см. Резонанс Гельмгольца).

Температура горения – это температура до которой в процессе горения нагреваются продукты сгорания.

Теплопроводность — это процесс переноса внутренней энергии от более нагретых частей тела (или тел) к менее нагретым частям (или телам), осуществляемый хаотически движущимися частицами тела (атомами, молекулами, электронами и т. п.). Такой теплообмен может происходить в любых телах с неоднородным распределением температур, но механизм переноса теплоты будет зависеть от агрегатного состояния вещества.

Топочный объем (англ. *furnace volume*) — пространство, ограниченное полом камеры сжигания, огнеупорными стенами, теплопоглощающими стенками камеры сгорания с циркулирующей водой, а также поверхностью свода, полами пластинами или водогрейными трубами котла. При наличии поперечной (шиберной) стенки, установленной в топке, топливный объем уменьшается на ту часть, которая находится за этой стенкой.

Труба Рийке является простейшей экспериментальной установкой для изучения термоакустической неустойчивости, которая основана на возникновении колебаний газа в трубах при подводе тепла.

Труба Рийке является простейшей экспериментальной установкой для изучения термоакустической неустойчивости, которая основана на возникновении колебаний газа в трубах при подводе тепла.

Эффекта Зондхаусса - возбуждение звука в трубе, к которой снаружи или изнутри подводится тепло при отсутствии потока через полость трубы.

Вопросы к экзамену

1. Понятие и физическая суть процесса пульсационного горения. Критерий Рэлея.
2. Методы решения линейных задач.
3. Энергетический подход к решению нелинейных задач
4. Обобщенное уравнение частот колебаний газа в трубе в отсутствие градиента скорости звука.
5. Уравнение частот колебаний газа в канале при наличии скачка и линейного распределения скорости звука.
6. Потери акустической энергии, обусловленные трением газа о стенки канала.
7. Потери акустической энергии, вызванные излучением звука из канала.
8. Энергетический подход к исследованию пульсационного горения в линейном приближении.
9. Уравнение границы неустойчивости процесса горения.
10. Физическая сущность нелинейных эффектов.
11. Вывод формулы для амплитуды установившихся колебаний давления газов.
12. Понятие передаточной и переходной функций пламени.
13. Определение переходной функции пламени с закрепленным основанием.
14. Передаточная функция пламени с учетом подвижности его основания.
15. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в трубе с многоканальной горелкой, их физическое объяснение.
16. Уравнение частот колебаний газа.
17. Формула для амплитуды установившихся колебаний давления газа.
18. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в резонаторе Гельмгольца, их физическое объяснение.
19. Результаты экспериментального исследования пульсационного горения в установке типа емкость-труба, их физическое объяснение.

20. Уравнение частот колебаний газа в рассмотренных системах.
21. Формула для амплитуды установившихся колебаний давления газа.
22. Обобщенная принципиальная схема устройства пульсационного горения.
23. Вывод обобщенного уравнения частот колебаний газа.
24. Вывод обобщенной формулы для амплитуды установившихся колебаний давления газа.